受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

順序付き積み上げ数

　６けたの整数５３３０１０は，次の条件を満たしています。

①　０を除くどの位の数も，それより下の位の数と等しいか，より大きくなっています。

②　どの位の数も，それより下の位の数のうちで，より小さい数の個数を表しています。例えば千と一万の位の３は，それより下の位の０，１，０の３つより大きいことを表し，百の位の０は，それより下の位により小さい数がないことを表しています。

　このような数を，「順序付き積み上げ数」とよぶことにします。

　２けたの順序付き積み上げ数は１０の１個，３けたの順序付き積み上げ数は１１０，２００，２１０の３個です。

（１）４けたの順序付き積み上げ数は何個ありますか。

（２）８けたの順序付き積み上げ数は何個ありますか。

受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

順序付き積み上げ数　（１）８個　（２）３７７個

（１）一番上の位が０であるものも含めて考えると，３けた以下の順序付き積み上げ数は，図１の樹形図のようになります。

よって，４けたの順序付き積み上げ数は，図２より，
３０００，２２００，３２００，３０１０，１１１０，３１１０，２２１０，３２１０の８個です。

図１

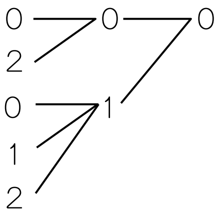
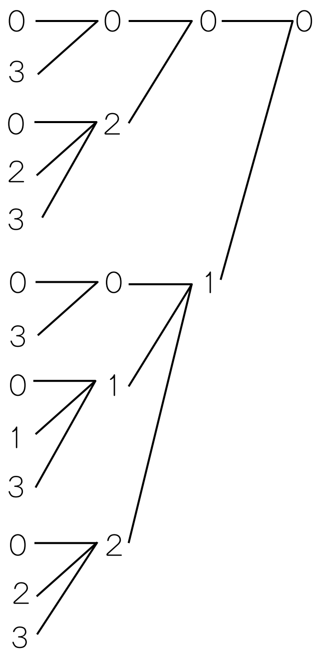


図２



最難関問題

（２）（１）の樹形図から枝分かれのきまりを考えます。

　下から□番目の位に枝分かれする場合，０からの枝は，図３のように，０と□の２つに分かれます。０以外の数△からの枝は，図４のように０と△と□の３つに分かれます。

図３

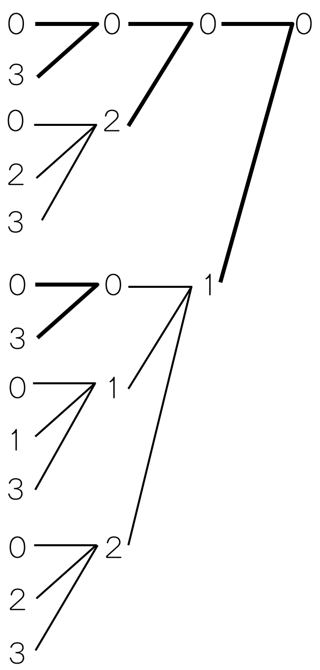


図４

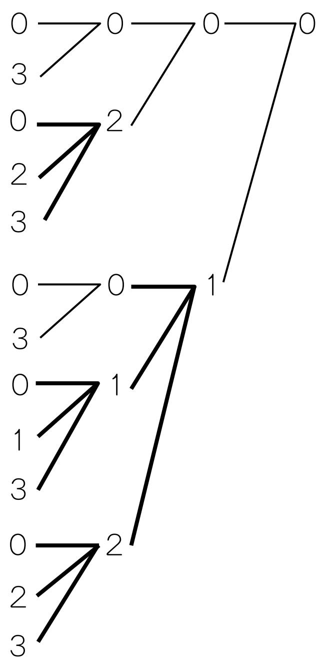


　図３，４より，４けたの順序付き積み上げ数は次のようになります。

一番上の位が０であるもの

　３けたの順序付き積み上げ数の個数と同じで，５個

一番上の位が０でないもの

　３けたの順序付き積み上げ数の個数と，３けたの一番上の位が０でない順序付き積み上げ数の個数の和を求めて，５＋３＝８（個）

　よって，順序付き積み上げ数の個数は下の表のようになります。

けた	１	２	３	４	５	６	７	８
合計	１	２	５	１３	３４	８９	２３３	６１０
一番上の位が０	１	１	２	５	１３	３４	８９	２３３
一番上の位が０でない	０	１	３	８	２１	５５	１４４	３７７

　表のどの列も，１つずつ数をとばしたフィボナッチ数列になります。８けたの順序付き積み上げ数は，表より３７７個です。