最難関問題

三角すいの見えない底面・２

１辺の長さが６㎝の立方体ＡＢＣＤ―ＥＦＧＨの面ＣＧＨＤ上の，図１の位置に点Ｐをとります。

図１

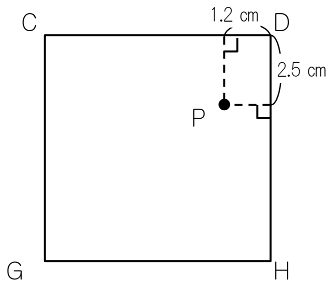
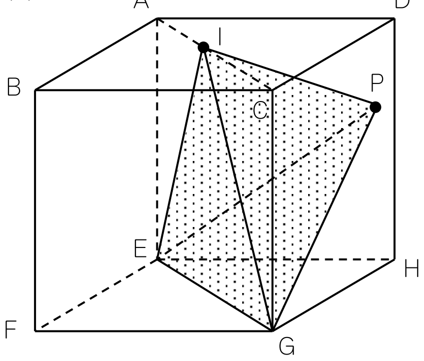


図２



（１）対角線ＡＣを２等分する点をＩとします。図２の三角すいＰ－ＩＥＧの体積は何$㎝^3$ですか。

（２）面ＡＢＣＤ上の，図３の位置に点Ｑをとります。図４の三角すいＰ－ＱＥＧの体積は何$㎝^3$ですか。

図３

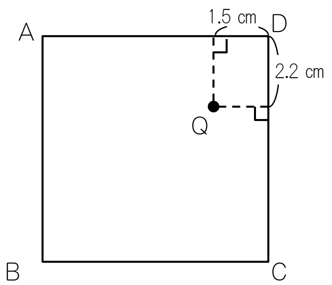
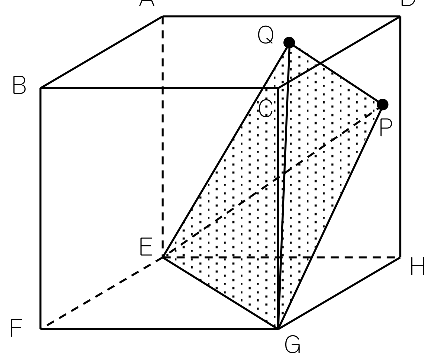


図４



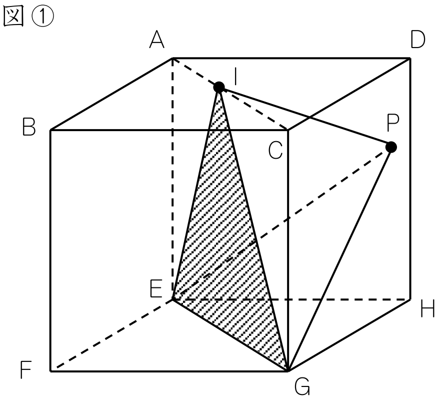
最難関問題

三角すいの見えない底面・２　（１）２８.８㎤　（２）２０.７５㎤

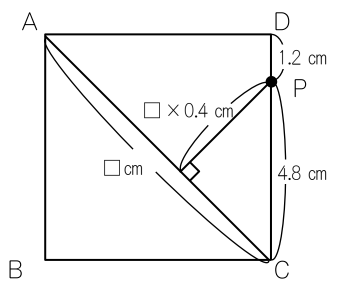
（１）図①の斜線で示した三角形ＩＥＧを底面としたときの三角すいＰ－ＩＥＧの高さを考えます。図形を真上から見ると，図②のようになるので，対角線ＡＣの長さを□㎝とすると，三角すいの高さは，図②の長さの関係から，（□×０.４）㎝となります。□×□＝６×６×２＝７２なので，

$□\times 6\times\frac{1}{2}\times(□\times 0.4)\times\frac{1}{3}=72\times 0.4=28.8$（㎤）です。

図①



図②



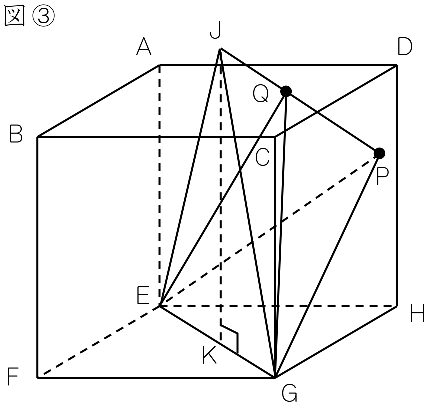
以上から明らかなように，点ＩがＡＣ上のどこにあっても，三角すいＰ－ＩＥＧの体積は一定です。

最難関問題

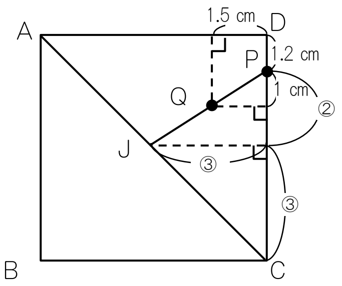
（２）図③のようにＰＱの延長線上の，対角線ＥＧの真上にある点をＪ，Ｊの真下にあるＥＧ上の点をＫとします。三角すいＰ－ＪＥＧの体積をまず求めて，ＪＱとＱＰの長さの比によってそれを比例配分する，という方法で，以下，体積を求めていきます。図形を真上から見ると，図④のようになります。図④の長さの関係から，⑤＝４.８，②＝１.９２となるので，ＰＱ：ＰＪ＝１：１.９２＝２５：４８，ＰＱ：ＱＪ＝２５：（４８－２５）＝２５：２３です。

図⑤のように，点Ｑは点Ｐより２.５㎝高い位置にあるので，ＰＱ：ＱＪ＝２５：２３より，点Ｊは点Ｑより２.３㎝高い位置にあります。よって，ＪＫ＝６＋２.３＝８.３（㎝）です。

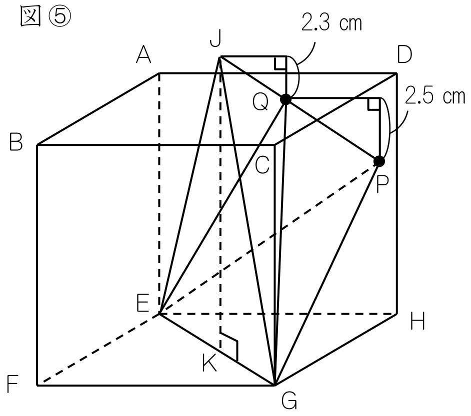
図③



図④



図⑤



こうして，三角すいＰ－ＪＥＧの底面ＪＥＧの面積は，（□×８.３×$\frac{1}{2}$）㎝，高さは（１）と同じで（□×０.４）㎝なので，体積は□×８.３×$\frac{1}{2}$×□×０.４×$\frac{1}{3}$＝３９.８４（$㎝^3$）です。

三角すいＰ－ＩＥＧの体積は，３９.８４×$\frac{25}{48}$＝２０.７５（$㎝^3$）です。