

最難関問題

不定方程式の逆算・2

ある地域では、1円、2円、3円、…9円、10円、11円、…と、円の単位で整数の額面の金券が流通しています。

- (1) 150円と300円と150円の金券で、合計1000円となる枚数の組み合わせは何通りありますか。下の表を使って、10円の金券の枚数ごとに求めなさい。たとえば、10円の金券が100枚の場合、150円と300円の金券で $1000 - 10 \times 100 = 0$ (円)となる組み合わせは1通り(どちらも0枚の場合)あります。表はすべてつかうとは限りません。

10円券	100枚	85枚	枚	枚	枚	枚	枚	枚	合計
組み合わせ	1通り	通り	通り	通り	通り	通り	通り	通り	通り

- (2) 10円と150円と300円と390円の金券で、合計1000円となる枚数の組み合わせは何通りありますか。

- (3) 10円と150円と300円と 円の金券で、合計1000円となる枚数の組み合わせが49通りあるとき、 にあてはまる整数を全て答えなさい。



最難関問題

不定方程式の逆算・2

(1)

10円券	100枚	85枚	70枚	55枚	40枚	25枚	10枚	枚	合計
組み合わせ	1通り	1通り	2通り	2通り	3通り	3通り	4通り	通り	16通り

(2) 27通り (3) 17, 34, 85, 170

(1) 1000円と10円の金券の金額の差額を、150円と300円の金券の組み合わせで作るので、下のようになります。

10円券	100枚	85枚	70枚	55枚	40枚	25枚	10枚	枚	合計
差額	0円	150円	300円	450円	600円	750円	900円		
組み合わせ	1通り	1通り	2通り	2通り	3通り	3通り	4通り	通り	16通り

(2)(1)は、150円と300円の金券の合計額ごとの場合分けになっています。この点に注目をして、1000円から150円と300円の金券の合計額を引いた残りを390円と10円の金券で作ることを考えます。

たとえば、150円と300円の金券の合計額が150円の場合、枚数の組み合わせは

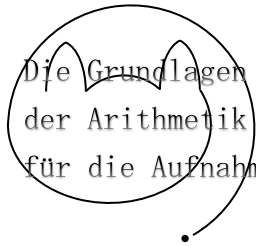
(150円, 300円) = (1, 0) の1通りで、 $1000 - 150 = 850$ 、 $850 \div 390$ の商は2なので、390円と10円の金券の組み合わせは、390円の金券が2~0枚の3通り、よって、 $1 \times 3 = 3$ (通り) です。

150円と300円の金券の合計額が450円の場合、枚数の組み合わせは

(150円, 300円) = (1, 1), (3, 0) の2通りで、 $1000 - 450 = 550$ 、 $550 \div 390$ の商は1なので、390円と10円の金券の組み合わせは、390円の金券が1~0枚の2通り、よって、 $2 \times 2 = 4$ (通り) です。同様にして残りの場合も求めると、下のようになります。

150/300円券	0円	150円	300円	450円	600円	750円	900円
組み合わせ	1通り	1通り	2通り	2通り	3通り	3通り	4通り
残り	1000円	850円	700円	550円	400円	250円	100円
$\div 390$ の商	2	2	1	1	1	0	0
組み合わせ	3通り	3通り	4通り	4通り	6通り	3通り	4通り

$3 + 3 + 4 + 4 + 6 + 3 + 4 = 27$ (通り) です。



最難関問題

(3) おおまかに検討をつけてさがしていきます。

○250円の場合…以下のように、37通りです。

150/300円券	0円	150円	300円	450円	600円	750円	900円
組みあわせ	1通り	1通り	2通り	2通り	3通り	3通り	4通り
残り	1000円	850円	700円	550円	400円	250円	100円
÷250の商	4	3	2	2	1	1	0
組みあわせ	5通り	4通り	6通り	6通り	6通り	6通り	4通り

○200円の場合…以下のように、44通りです。

150/300円券	0円	150円	300円	450円	600円	750円	900円
組みあわせ	1通り	1通り	2通り	2通り	3通り	3通り	4通り
残り	1000円	850円	700円	550円	400円	250円	100円
÷200の商	5	4	3	2	2	1	0
組みあわせ	6通り	5通り	8通り	6通り	9通り	6通り	4通り

170円の場合に、以下のように49通りになります。

150/300円券	0円	150円	300円	450円	600円	750円	900円
組みあわせ	1通り	1通り	2通り	2通り	3通り	3通り	4通り
残り	1000円	850円	700円	550円	400円	250円	100円
÷170の商	5	5	4	3	2	1	0
組みあわせ	6通り	6通り	10通り	8通り	9通り	6通り	4通り

さらに170の約数も考える必要があります。というのも、例えば170の約数の17円の金券の場合、10円、150円、300円、1000円はみな10の倍数の金額なので、17円の金券は10枚セットの170円単位で使うことになります。よって、170の約数のうちで、その数と10の最小公倍数が170になる、17、34、85も答えとなります。