受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

円の移動と接触

（１）図１の多角形はすべての辺の長さが１㎝で，内角の大きさが１２０度と２４０度の十八角形です。半径１.５㎝の円Ａと半径０.５㎝の円Ｂが図の位置から円の中心が常に十八角形の辺上にあるように，矢印の向きに秒速１㎝の速さで同時に出発します。

円ＡとＢの中心が十八角形の頂点と重なっていて，２つの円が１点のみで接する場合について，以下の問いに答えなさい。

① ２回目は，２つの円が出発してから何秒後ですか。

① ２１回目は，２つの円が出発してから何秒後ですか。

（２）図２の多角形はすべての辺の長さが２㎝で，内角の大きさが６０度と２４０度の十二角形です。半径１.５㎝の円Ａと半径０.５㎝の円Ｂが図の位置から円の中心が常に十八角形の辺上にあるように，矢印の向きに同時に出発します。円Ａは毎秒２㎝，円Ｂは毎秒１㎝の速さで進みます。

円ＡとＢの中心が十八角形の頂点と重なっていて，２つの円が１点のみで接する場合について，以下の問いに答えなさい。ただし，出発の瞬間は回数に数えません。

① ９９回目は，２つの円が出発してから何秒後ですか。

② １回目から順に２つの円が接する点をまっすぐな線でつないでいくと，ある多角形ができあがります。その多角形の面積は１辺の長さが１㎝の正三角形の面積の何倍ですか。

図１

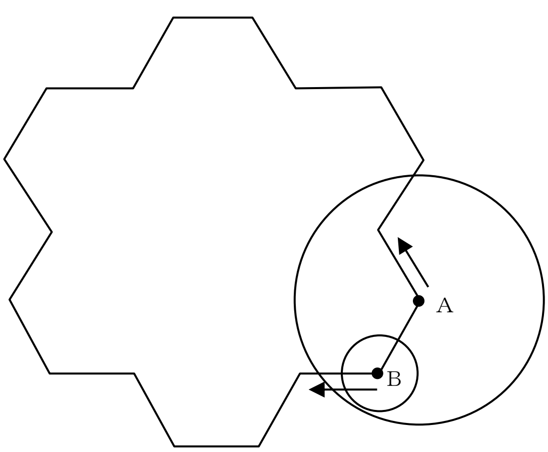
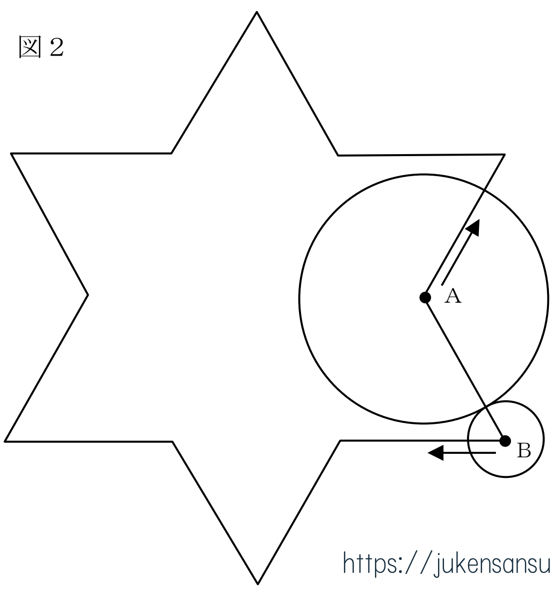


図２



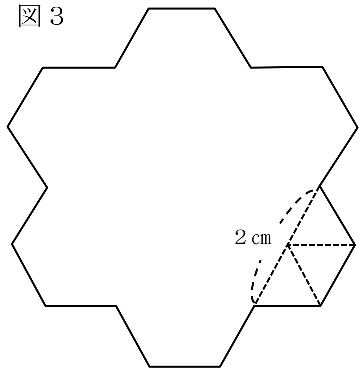
最難関問題

円の移動と接触　（１）①７秒後　②９１秒後　（３）①３９８秒後　②２１.７５倍

（１）円ＡとＢの半径の和は１.５＋０.５＝２（㎝）ですから，２つの円の中心が２㎝の距離にあるときに２つの円は１点で接します。

十八角形においては図３の位置が２㎝離れています。２つの円の動きを追っていくと，以下のようになります。

図３



・１回目

１秒後に図４の位置において１点で接します。

・２回目

７秒後に図５の位置において１点で接します。

・３回目

１０秒後に図６の位置において１点で接します。

・４回目

１６秒後に図７の位置において１点で接します。

・５回目

１８秒後に２つの円は最初の位置に戻るので，１８＋１＝１９（秒後）に図５の位置において１点で接します。よって，これ以降は図４～７の繰り返しとなります。

図４

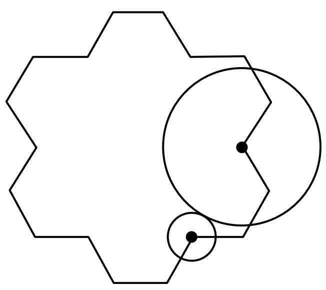


図５

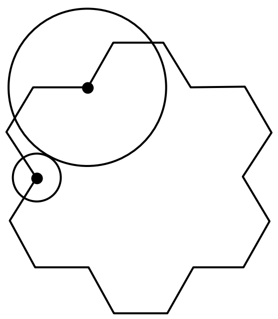


図６

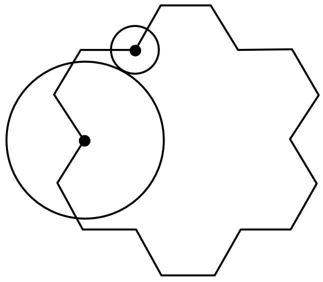
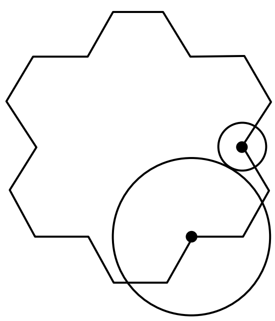


図７



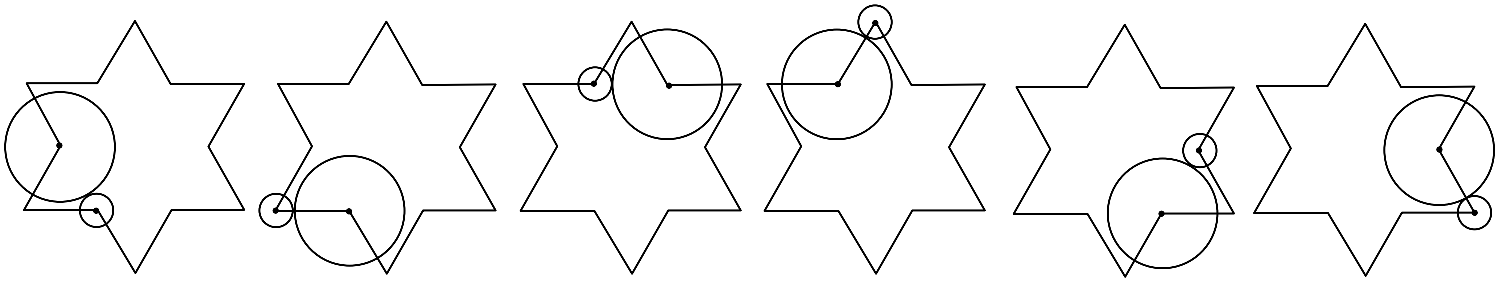
①　２回目は上で確認したように，７秒後です。

②　２１回目は，２１÷４＝５余り１より，１８×５＋１＝９１（秒後）です。

最難関問題

（２）２つの円の動きを追っていくと，以下のようになります。

１回目・６秒後　２回目・８秒後　３回目・１４秒後　４回目・１６秒後　５回目・２２秒後　６回目・２４秒後



①　６回目において２つの円は最初の位置に戻るので，以降は繰り返しとなります。９９回目は，
９９÷６＝１６余り３より，２４×１６＋１４＝３９８（秒後）です。

②　７回目以降は繰り返しとなるので，最初の７回について２つの円が接する位置を結ぶと，下図のようになります。図において●は１個につき０.５㎝の長さを表します。

影をつけた六角形は，１辺の長さが2.５＋１×２＝4.５（㎝）の正三角形から１辺が１㎝の正三角形を３個取り除いてできるので，４.５×４.５－１×１×３＝１７.２５より，１辺の長さが１㎝の正三角形の１７.２５倍の面積です。斜線部の三角形を１辺１㎝の正三角形と比べると，１㎝の辺を底辺としたときに高さは1.5倍ですから，面積も１×１.５＝1.５（倍）です。よって，３個で
１.５×３＝4.５（倍）です。

よって，１７.２５＋4.５＝２１.７５（倍）です。