最難関問題

円周と三角形・２

下の図１，２において，●印は半径の長さが６㎝の円の円周を１２等分しています。円周率を３.１４として，以下の問いに答えなさい。

図１

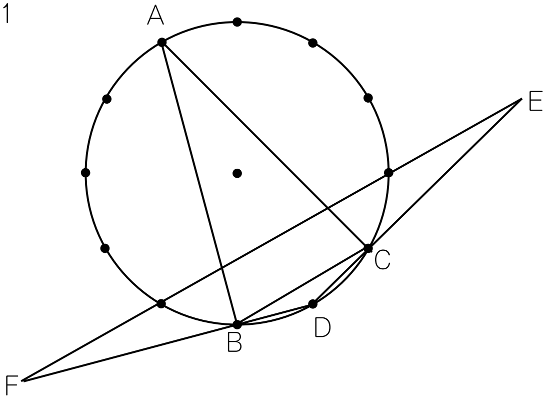
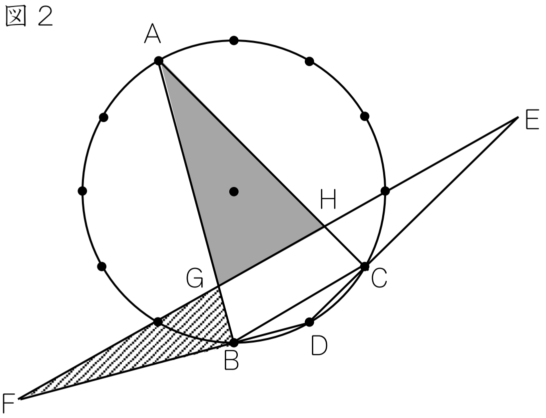


図２



（１）図１の三角形ＡＢＣとＤＥＦの面積の比を求めなさい。

（２）図２の三角形ＡＧＨとＢＦＧの面積の比を求めなさい。

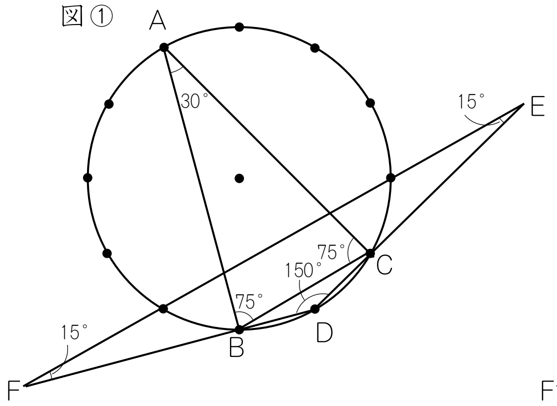
最難関問題

円周と三角形・２　（１）１：１　（２）９：４

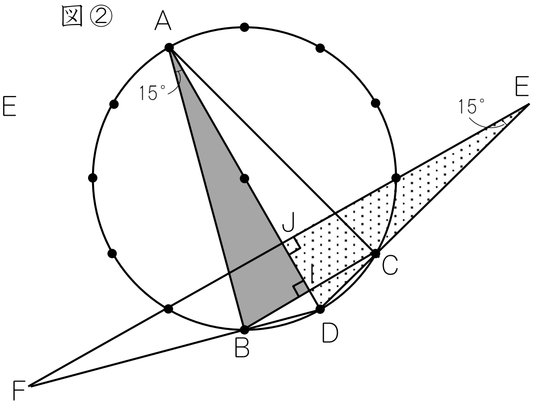
（１）それぞれの角の大きさを求めると，図①のようになります。図②の，二等辺三角形ＡＢＣを半分にした直角三角形ＡＢＩと，二等辺三角形ＤＥＦを半分にした直角三角形ＥＤＪは，角の大きさが等しいので相似です。図③において太線でかこんだ三角形と斜線部分の三角形はどちらも１辺６㎝の正三角形なので，ＢＩおよびＤＪの長さは６÷２＝３（㎝）です。

よって，図②の直角三角形ＡＢＩと直角三角形ＥＤＪは合同です。そのため，二等辺三角形ＡＢＣと二等辺三角形ＤＥＦの面積は等しくなるので，面積の比は１：１です。

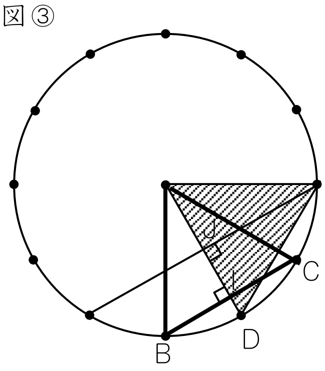
図①



図②



図③

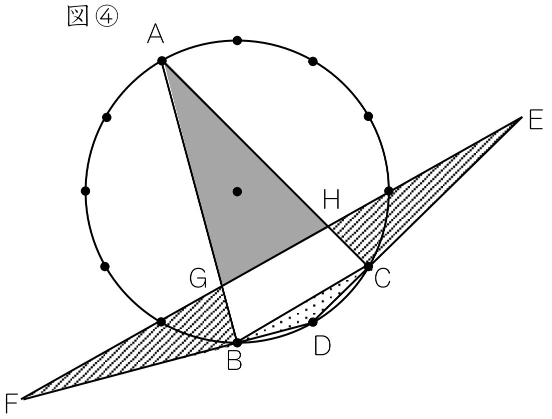


最難関問題

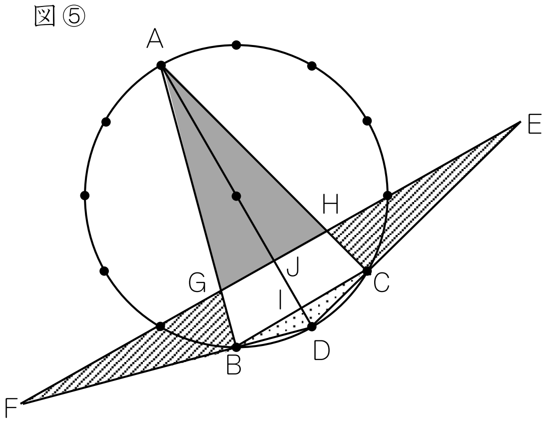
（２）（１）より，図④の三角形ＡＧＨの面積は，三角形ＢＦＧ・三角形ＣＥＨ・三角形ＤＢＣの面積の和と等しいことがわかります。また，三角形ＢＦＧと三角形ＣＥＨは合同なので，面積が等しくなります。ここで，影をつけた三角形ＡＧＨとあみ目部分の三角形ＤＢＣの面積の比を考えます。

図⑤で改めて補助線を引くと，ＡＪの長さは６＋３＝９（㎝），ＢＩの長さは６÷２＝３（㎝）なので，三角形ＡＧＪとＢＤＩは９：３＝３：１の相似形であり，面積比は（３×３）:（１×１）＝９：１です。よって，影をつけた三角形ＡＧＨとあみ目部分の三角形ＤＢＣの面積の比も９：１ですから，三角形ＢＦＧの面積は，比の（９－１）÷２＝４にあたります。

図④



図⑤



以上より，三角形ＡＧＨとＢＦＧの面積の比は，９：４です。