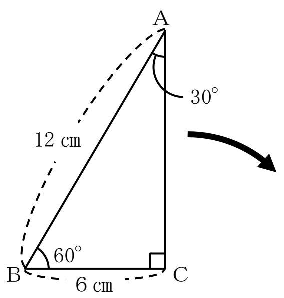
受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

三角形の回転

下図の直角三角形ＡＢＣを，頂点Ｃを中心に矢印の方向に２７０度回転させます。三角形ＡＢＣが通過したあとの面積は，三角形ＡＢＣの面積の半分よりも何㎝^{3}大きいですか。ただし，円周率は３.１４とします。



受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

三角形の回転　２７３.１８㎝^{2}大きい

　頂点Ｃにとって，三角形ＡＢＣの中で最も遠い位置にあるのは頂点Ａです。頂点Ａが回転したあとは図１のように最も外側を通ります。

　図１のあみ目部分の面積は，ＡＣ＝□㎝とすると，□×□×３.１４×$\frac{3}{4}$によって求められます。□が何㎝であるかはかわりませんが，図２から□×□を求めることはできます。辺ＡＢの中点をＤとすると，三角形ＢＣＤとＡＣＤの面積は等しくなります。ＡＣを１辺とする正三角形ＡＣＥを図のように作ると，その面積はＡＣＤ３個分になります。また，ＡＢを１辺とする正三角形，つまり１辺１２㎝の正三角形の面積は三角形ＡＢＣ２個分ですから，ＡＣＤ４個分です。よって，（□×□）：（１２×１２）＝３：４より，□×□＝１０８です。よって，あみ目部分の面積は，１０８×３.１４×$\frac{3}{4}$＝８１×３.１４（㎝^{2}）です。

図１

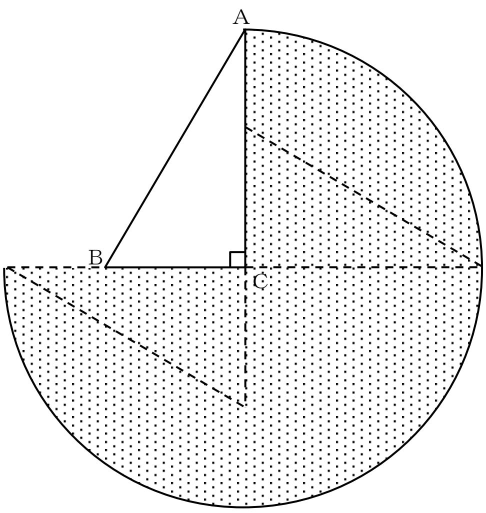
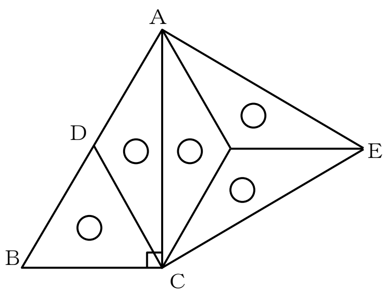


図２



最難関問題

次に，頂点Ｂが動いたあとを考えます。辺ＡＢ上で頂点Ｃから最も近い点は頂点Ｂではなくて，図３のように，頂点Ｃから辺ＡＢに引いた垂直な線と辺ＡＢの交点Ｆです。ＣＢはＣＦより長いので，頂点Ｂの動いたあとは図３のように少しはみ出します。

よって，図４のような図形に分けて考えます。

図３

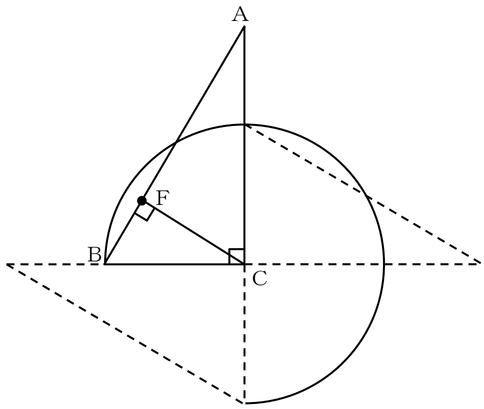
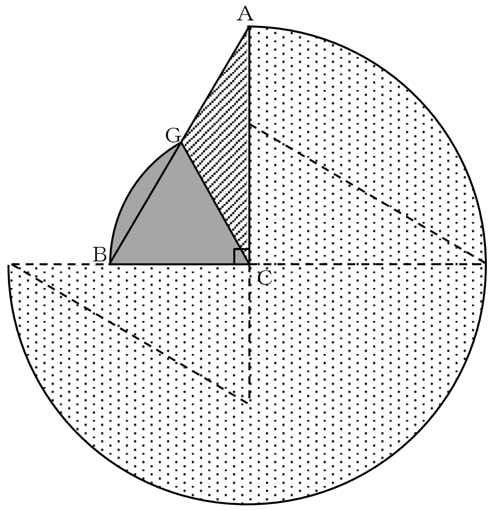


図４



$\boxed{\text{影をつけたおうぎ形ＣＢＧ}}$

角ＣＢＧが６０度でＣＢ＝ＣＧであることから，三角形ＣＢＧは１辺が６㎝の正三角形です。よって，点Ｇは辺ＡＢの中点です。おうぎ形ＣＢＧは中心角が６０度ですから，面積は

６×６×３.１４×$\frac{1}{6}$＝６×３.１４（㎝^{2}）です

$\boxed{\text{斜線部分の三角形ＡＣＧ}}$

点Ｇは辺ＡＢの中点ですから，三角形ＡＣＧの面積は直角三角形ＡＢＣの面積の半分です。

以上より，三角形ＡＢＣの動いたあとの面積はＡＢＣの面積の半分より
（８１＋６）×３.１４＝２７３.１８（㎝^{2}）大きくなります。