最難関問題

輪と正三角形・２

図１のように，正三角形の頂点の位置に杭（くい）を打ち，３本の杭の外側に半径が６㎝の円の形をした輪を置きます。正三角形の１辺の長さは，図２のように頂角が３０度で頂角をはさむ２辺の長さが６㎝である二等辺三角形の底辺の長さと等しくなっています。杭の大きさや輪の太さは考えません。円周率は３.１４とします。

図１

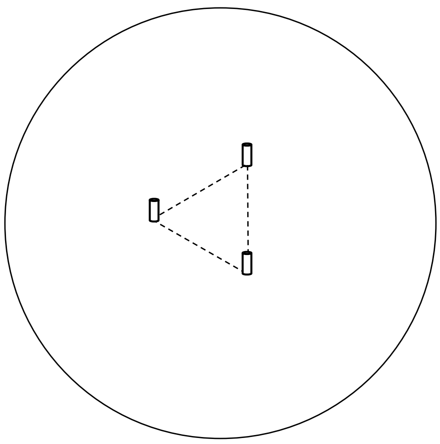
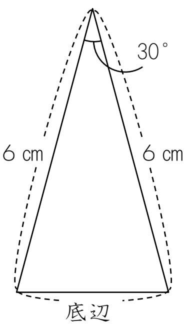


図２



（１）図１において輪を動かすとき，輪が通過できる部分の内周と外周の長さの和を求めなさい。

（２）図１において輪を動かすとき，輪が通過できる部分の面積を求めなさい。

受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

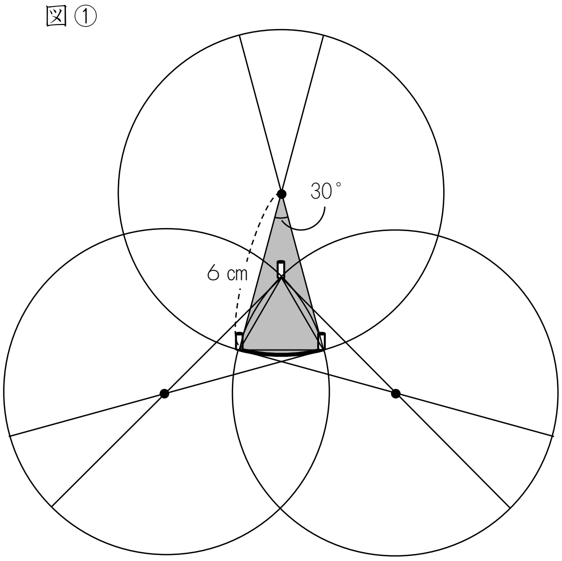
輪と正三角形・２　（１）７５.３６㎝　（２）３３９.１２㎝^{2}

（１）図①のように，正三角形の２つの頂点が円に接している状態を考えます。このときの，影をつけた半径６㎝で中心角３０度のおうぎ形の弧３個分が，輪が通過できる範囲の内周にあたります。よって，内周の長さは，$６\times２\times３.１４\times\frac{３０}{３６０}\times３＝３\times３.１４$（㎝）です。

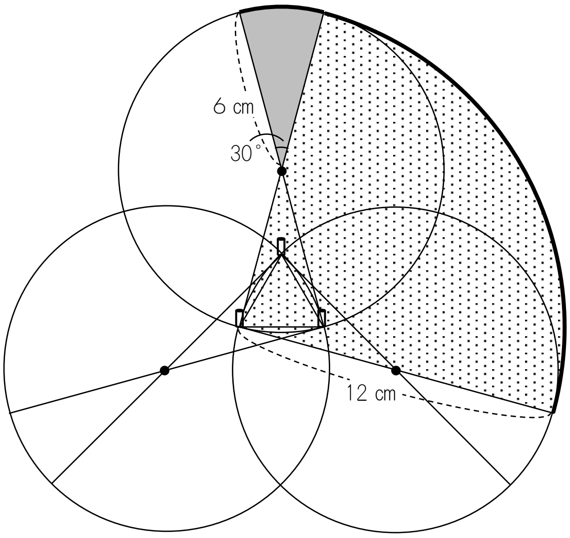
また，図②において影をつけた半径６㎝で中心角３０度のおうぎ形の弧３個分と，あみ目部分の半径１２㎝のおうぎ形の弧３個分が，輪が通過できる範囲の外周にあたります。あみ目部分のおうぎ形の中心角の大きさは６０＋１５×２＝９０（度）ですから，外周の長さは，

$$６\times２\times３.１４\times\frac{３０}{３６０}\times３＋１２\times２\times３.１４\times\frac{９０}{３６０}\times３＝２１\times３.１４\text{（㎝）です。}$$

図①



図②



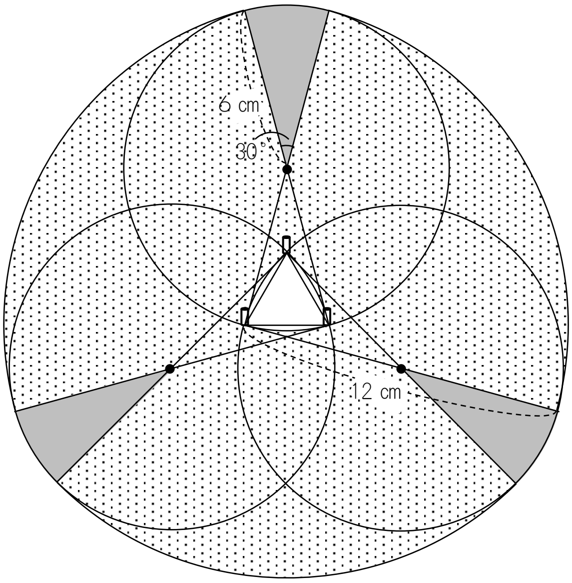
以上より，内周と外周の長さの和は，（３＋２１）×３.１４＝７５.３６（㎝）です。

最難関問題

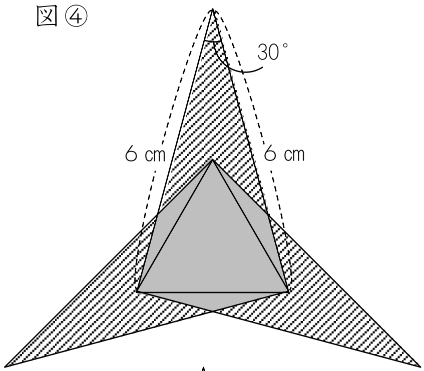
（２）（１）より，輪が通過できる範囲は，図③の影をつけた部分とあみ目部分です。影をつけた部分は半径６㎝で中心角３０度のおうぎ形３個分ですから，$6\times6\times3.14\times\frac{30}{360}\times3=9\times3.14$（$\mathrm{cm}^2$）です。

あみ目部分は，半径１２㎝で中心角９０度のおうぎ形が３個重なりあってできています。重なりあっている部分は，図④のようになります。図④において斜線部分は２個，影をつけた部分は３個のおうぎ形が重なっています。ここで，図④から頂角３０度で頂角をはさむ２辺の長さが６㎝の二等辺三角形の面積を３個分引くと，図⑤のようになって中央の正三角形のみが消えます。

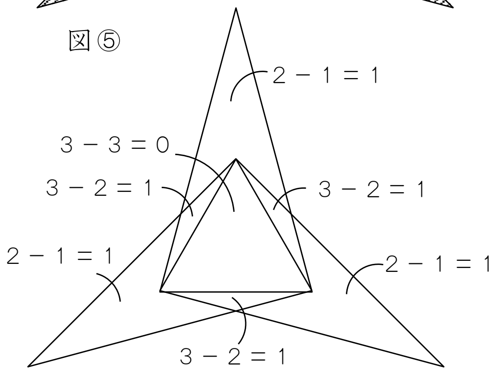
図③



図④



図⑤



そこからさらに，図⑥の斜線部分を３個引けばよいので，
引き算する面積は，

$$6\times3\times\frac{1}{2}\times3+\left(6\times6\times3.14\times\frac{30}{360}\times3-6\times3\times\frac{1}{2}\times3\right)$$

$=9\times3.14$（cm^2）です。これはちょうど図③で影をつけた部分の面積と等しいので打ち消しあいます。よって，輪が通過できる範囲は半径１２㎝で中心角９０度のおうぎ形３個分の面積を求めて，

$12\times12\times3.14\times\frac{90}{360}\times3=339.12$（$\mathrm{cm}^2$）です。

図⑥