

最難関問題

おうぎ形の平行移動の範囲

図1のおうぎ形OABは半径が6cmで中心角が 31.5° です。図2は1マス6cmの方眼で、図のような十角形の内部をおうぎ形OABが、半径OBが方眼の横線と平行になった状態から、自由に平行移動します。このとき、おうぎ形OABが通過できる部分の面積を求めなさい。

図1

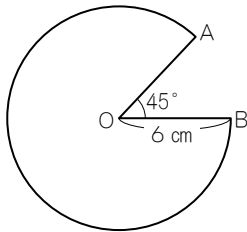
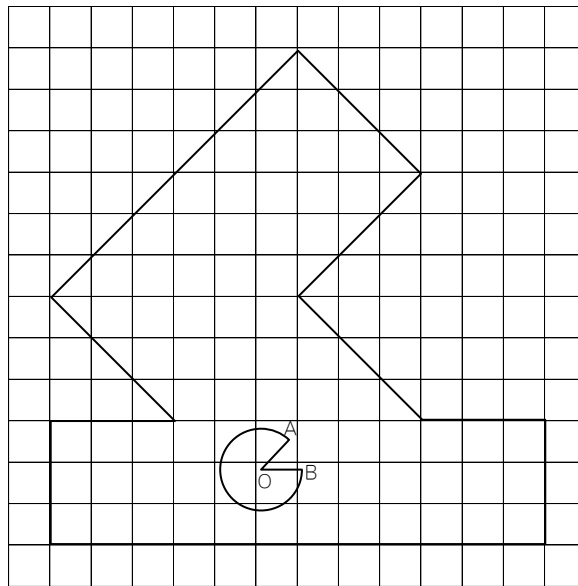


図2

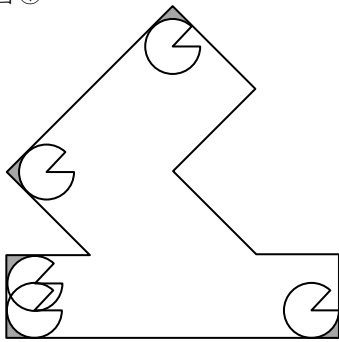


最難関問題

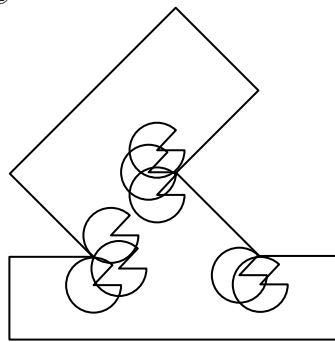
おうぎ形の平行移動の範囲 285.156 cm^2

おうぎ形 O A B が十角形の内部で通過できない部分の面積を求めます。まず、図①の 5 つの頂点の周囲の影をつけた部分の面積の和は、 $(12 \times 12 - 6 \times 6 \times 3.14) \times \frac{5}{4} = 38.7 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。次に、図②の 3 つの頂点の周囲には、おうぎ形 O A B が通過できない部分はありません。

図①

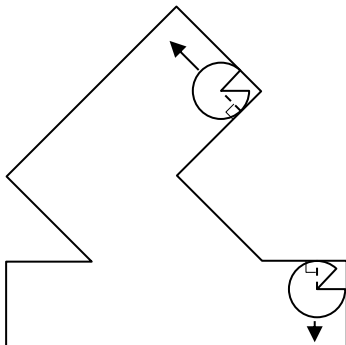


図②

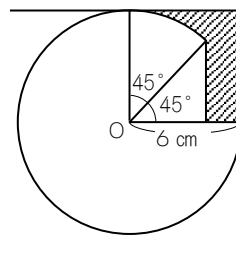


最後に、図③の 2 つの頂点の周囲を考えます。おうぎ形 O A B を図③の位置から矢印の向きに動くと考えると、どちらも通過できない部分は合同になります。通過できない部分を拡大すると図④のようになるので、斜線で示した通過できない部分は、 $6 \times 6 - (6 \times 6 \times 3.14 \times \frac{45}{360} + 6 \times 3 \times \frac{1}{2}) = 12.87 \text{ (cm}^2\text{)}$ ですから、あわせて $12.87 \times 2 = 25.74 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

図③



図④



十角形の面積は 1 辺 6 cm の正方形 81 マス分なので、おうぎ形 O A B が通過できる部分の面積は、 $36 \times 81 - (38.7 + 25.74) = 285.156 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。