受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

立体の影と光源の位置・三角すい（本編）

図１のように高さ８㎝の光源Ｌと，底面が二等辺三角形で高さが４㎝の三角すいＡＢＣＤが床に置かれています。真上から見たときの頂点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄは図２の位置にあります。以下の問いに答えなさい。電球の大きさは考えません。

図１

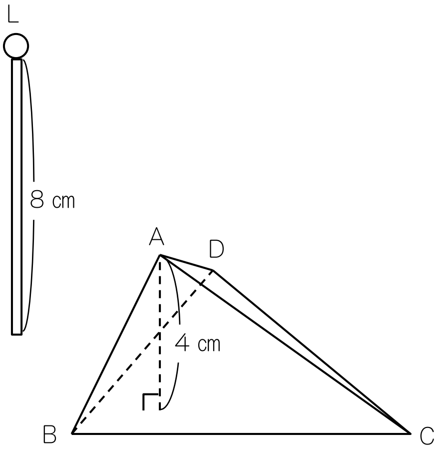
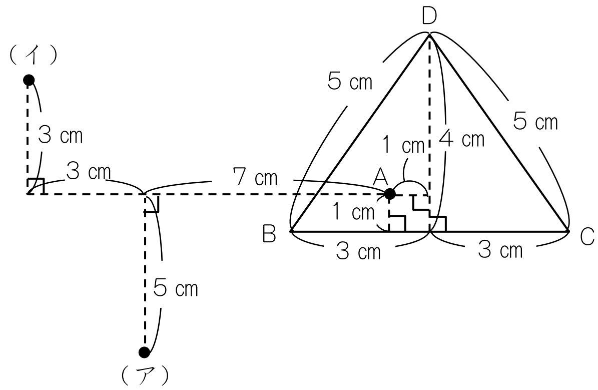


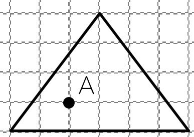
図２



（１）光源Ｌが図２の（ア）の位置にあるとき，床にできる三角すいの影の面積は何㎝^{2}ですか。

（２）光源Ｌが図２の（イ）の位置にあるとき，床にできる三角すいの影の面積は何㎝^{2}ですか。

（３）床にできる三角すいの影の面積が１５㎝^{2}以下になるときの，光源Ｌの位置として考えられる部分を２枚目の方眼紙に作図し，線でぬりなさい。作図において，直定規を１本のみ使うことができます。


A

最難関問題

立体の影と光源の位置・三角すい（本編）　（１）１５㎠　（２）１５㎠　（３）解説の図⑦参照

（１）図①において，三角すいの頂点Ａの影はＡ’で，三角すいの影は三角形Ａ’ＣＤです。面積を求めると，１５㎠になります。

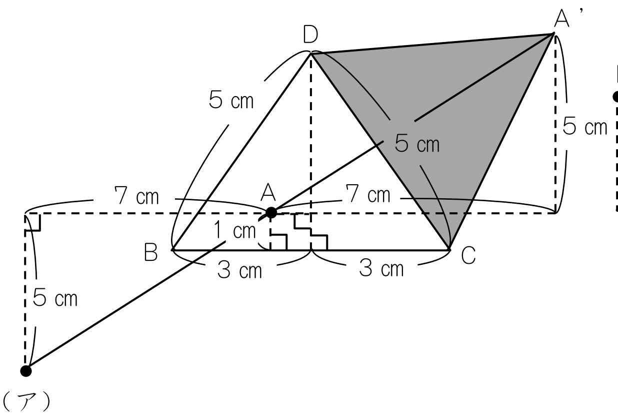
（２）図②において，三角すいの頂点Ａの影はＡ’で，三角すいの影は四角形Ａ’ＢＣＤです。辺ＢＣを二等分する点をＭとすると，

三角形ＢＭＡ’の面積は，３×２÷２＝３（㎠），

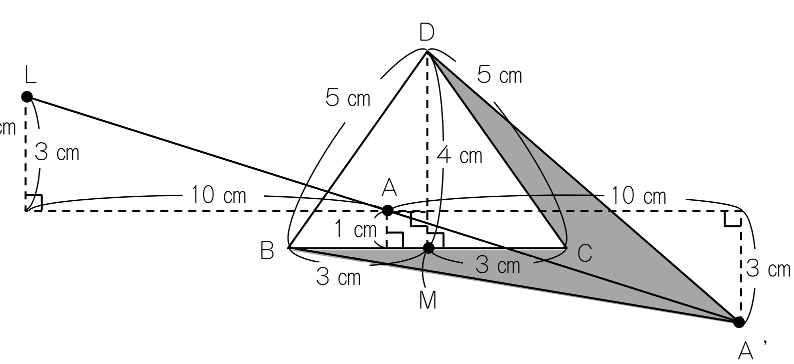
四角形ＤＣＭＡ’の面積は，４×９÷２－４×３÷２＝１２（㎠），

あわせて，３＋１２＝１５（㎠）になります。

図①



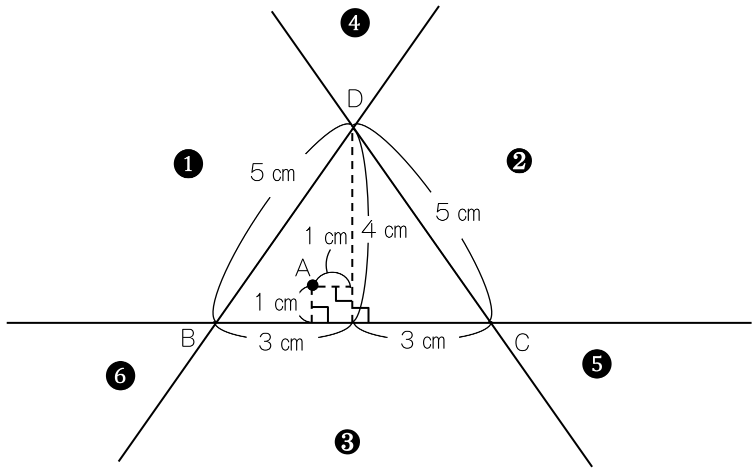
図②

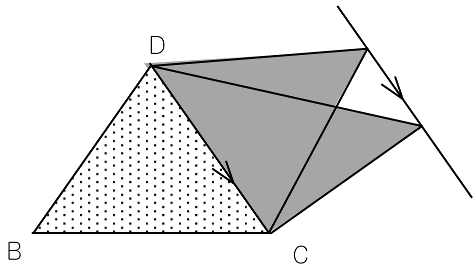


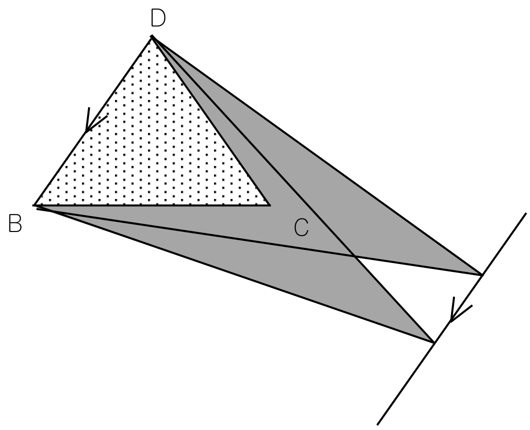
最難関問題

（３）影の面積が１５㎝^{2}になるときの，頂点ＡのかげＡ’の位置を考えます。図③において，Ａ’が❶，❷，❸にあるときは，三角すいの影の形は（１）と同様に三角形です。また，Ａ’が❹，❺，❻にあるときは，三角すいの影の形は（２）と同様に四角形です。どちらの場合も，図④と図⑤より，等積変形を用いることで，（１）（２）で求めた影と面積が等しい図形を描くことができます。

図③



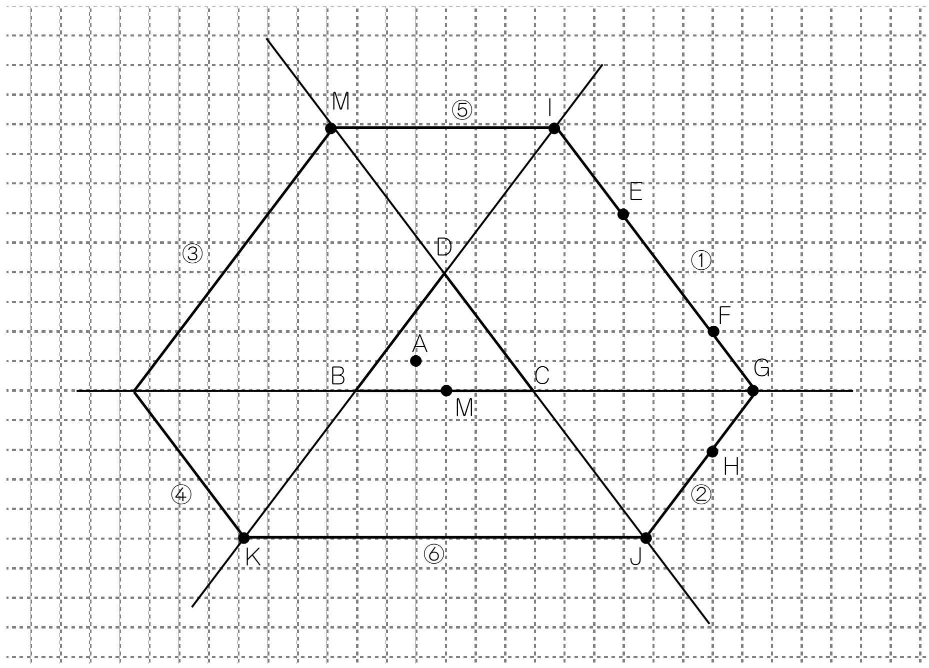




最難関問題

（１）のＡ’の地点をＥとし，等積変形の考えから，Ｅを通って辺ＣＤと平行な線を引くために，Ｅから下に４マス，右に３マス進んだ点Ｆをとって，ＥとＦを結ぶ直線①を引きます。直線①と辺ＢＣの延長線の交点をＧ，（２）のＡ’の地点をＨとして，ＧとＨを結ぶ直線②を引きます。①，②と直線ＤＭを軸として線対称な直線③，④をひき，①～④と三角形ＢＣＤの各辺の延長線との交点をＩ，Ｊ，Ｋ，Ｍとし，これらを結ぶ直線⑤，⑥を引きます。以上を結んだ六角形の内側に影の先端があるときに，その面積は１５㎠以下になります。

図⑥



最難関問題

図⑥と点Ａを中心に点対象の六角形を描いて，図⑦が答えとなります。

図⑦