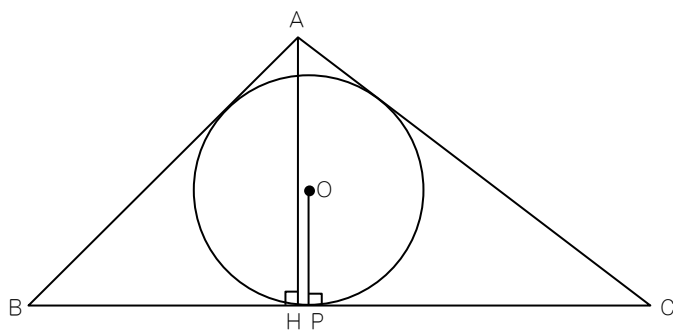


内接円の位置と半径

下の図の三角形 ABC は、辺 AB の長さが 29 cm 、辺 BC の長さが 48 cm 、辺 CA の長さが 35 cm です。三角形 ABC にぴったり入る円 O の中心を点 O とし、頂点 A と点 O から辺 BC に垂直な線 AH 、 OP を引いたところ、 HP の長さは 1 cm になりました。次の問に答えなさい。円周率は 3.14 とします。



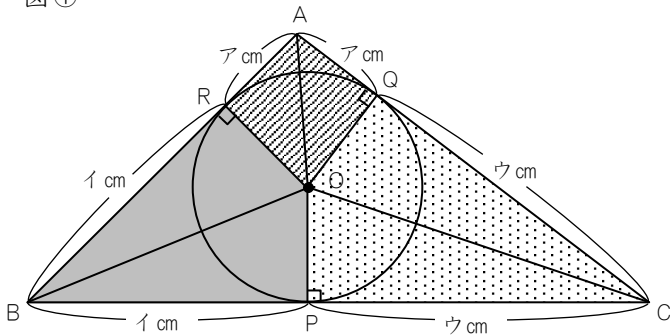
- (1) BH の長さを求めなさい。
- (2) 円 O の半径の長さを求めなさい。また、 AH の長さを求めなさい。

内接円の位置と半径 (1) 20 cm (2) 半径…9 cm, AHの長さ…21 cm

(1) 図①のように点Oから辺AC, ABにも垂直な線OQ, ORを引き, 点Oと三角形ABCの各頂点を結びます。斜線部分の三角形O AQとO AR, 影をつけた三角形O B RとO B P, あみ目部分の三角形O C PとO C Qはそれぞれ合同なので, ア~ウの長さの関係が成り立ちます。

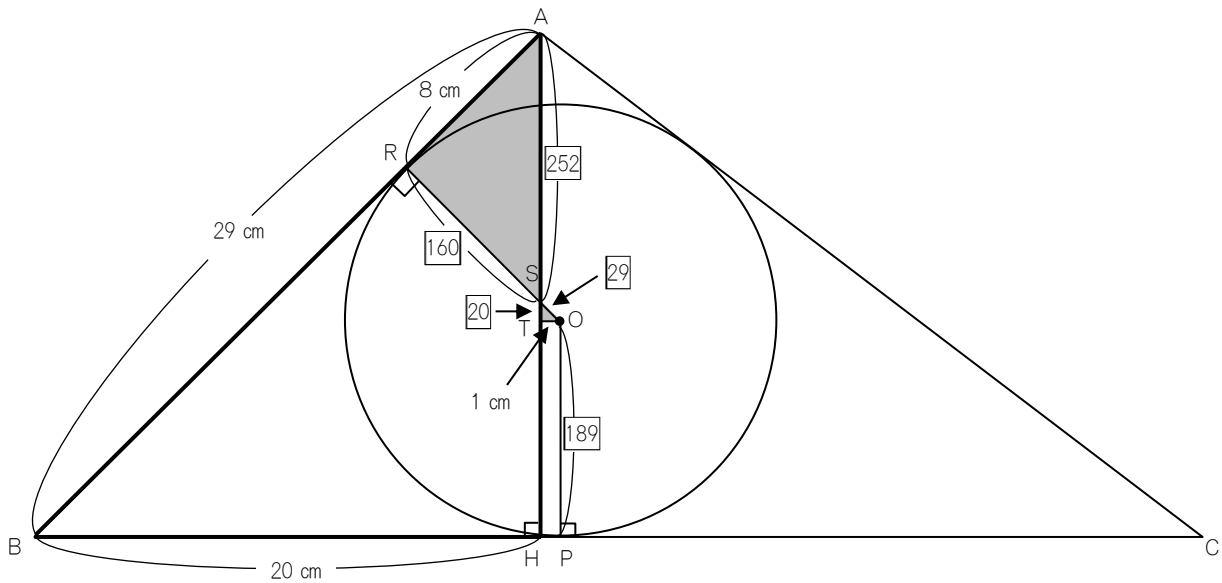
ア+イ=29, イ+ウ=48, ウ+ア=35という式を解いて, ア=8, イ=21, ウ=27となるので, BPの長さは21 cm, BHの長さは, 21-1=20 (cm) です。

図①



(2) 図②のように、ORとAHの交わる点をSとし、OからAHに垂直な線OTを引きます。このとき、太線でかこった直角三角形ABHと、影をつけた直角三角形SAR、SOTは相似になります。よって、辺STの長さを20とすると辺SOの長さは29です。また、三角形SOTとSARの相似比が1:8であることから、辺SRの長さは20×8=160、辺SAの長さは29×8=232です。円Oの半径の長さは29+160=189なので、辺AHの長さは232+20+189=441です。

図②



よって、三角形ABHと三角形SOTが相似であることから、 $20 : 441 = 20 : 1$ が成り立ちます。

$$441 \times 20 = 20 \times 1 = 20 \text{ より, } 441 \times 1 = 1, 441 \times 1 \times 1 = 1 \text{ となるので, } 1 \times 1 = \frac{1}{441} \text{ より,}$$

$$1 = \frac{1}{21} \text{ です。円Oの半径の長さは, } 189 = \frac{1}{21} \times 189 = 9 \text{ (cm), AHの長さは,}$$

$$441 = \frac{1}{21} \times 441 = 21 \text{ (cm) です。}$$