

最難関問題

三角数表と囲い

図1のようなきまりにしたがって数が並んでいる表があります。

図1

1					
2	3				
4	5	6			
7	8	9	10		
11	12	13	14	15	
16	17	18	19	20	21
⋮					

図2

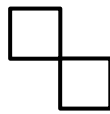


図3

1					
2	3				
4	5	6			
7	8	9	10		
11	12	13	14	15	
16	17	18	19	20	21
⋮					

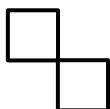
図4



- (1) 図2の枠を、図3のように向きを変えずに表のある所において2個の整数を囲んだところ、その和は90になりました。解答欄に2個の整数を書き込みなさい。
- (2) 図4の枠を、向きを変えずに表のある所において6個の整数を囲んだところ、その和は935になりました。解答欄に6個の整数を書き込みなさい。

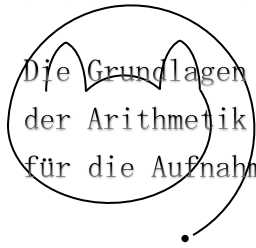
解答欄

(1)



(2)





最難関問題

三角数表と囲い (1) 解説の図②参照 (2) 解説の図⑥参照

(1) 表のそれぞれの段の一番右側に並ぶ数は、1, 3, 6, 10, 15, 21, …という三角数になっています。1 + 3 = 4, 3 + 6 = 9, 6 + 10 = 16, …のように、となりあう三角数の和は平方数になります。例えば、図①のように10と15を囲うとその和は25, そこから左に3つ枠をずらして7と12を囲うとその和は25 - 3 × 2 = 19となります。逆に言えば、枠に囲まれた2個の数の和が19であるときは、それに2を3個足して平方数25にたどりつき、25は5番目の平方数であることから、5番目と4番目の三角数の和である15 + 10の形に表せるので、15 - 3 = 12と10 - 3 = 7が枠に囲まれた2個の数であることがわかります。

同様にして、和が90となる場合は、90 + 2 × 5 = 100, 100 = 45 + 55, 45 - 5 = 40, 55 - 5 = 50となるので、図②が答えとなります。

図①

1					
2	3				
4	5	6			
7	8	9	10		
11	12	13	14	15	
16	17	18	19	20	21
⋮					⋮

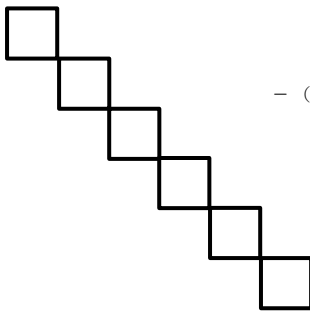
図②

40	
	50

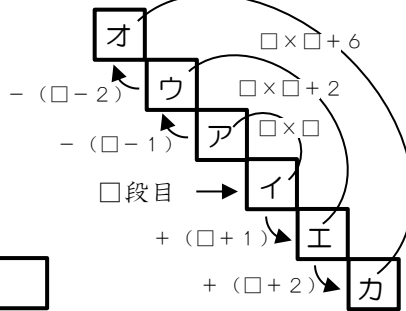
最難関問題

(2) 問題文の図4の6個の枠を、2段目から階段状に右にずらすと、図③のようになります。図③の枠に囲まれた整数の和は、 $935 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 950$ です。ここで、(1)と同様に図③の枠が一番右側にある場合を考えます。図④のアとイの数に注目すると、イがn段目の一番右の数の場合、 $ア + イ = n \times n$ です。エはイより $(\square + 1)$ 大きく、ウはアより $(\square - 1)$ 小さいので、 $ウ + エ = n \times n + 2$ です。同様にして、 $オ + カ = n \times n + 6$ となるので、ア～カの和は $(n \times n) \times 3 + 8$ となります。また、ア～カの和は950より大きいので、 $(n \times n) \times 3$ は $950 - 8 = 942$ より大きく、 $(n \times n)$ は $942 \div 3 = 314$ より大きいことから、314より大きい平方数を探して、 $18 \times 18 = 324$ をみつけることができます。 $\square = 18$ であることから、イは18番目の三角数なので、 $(1 + 18) \times 18 \div 2 = 171$ です。また、ア～カの和は $324 \times 3 + 8 = 980$ であり、950との差は $980 - 950 = 30$ です。図③の枠を左に1つずらすと6つの数の和は6小さくなるので、 $30 \div 6 = 5$ より左に5つずらすと、 $171 - 5 = 166$ となります。ここから、図⑤のように問題文の図4の上から4つ目の枠の数が163であることがわかります。163の下の枠に入る数は、163が18段目の数であることから $163 + 18 = 181$ 、上の枠に入る数は $163 - 17 = 146$ です。こうして、図⑥が答えとなります。

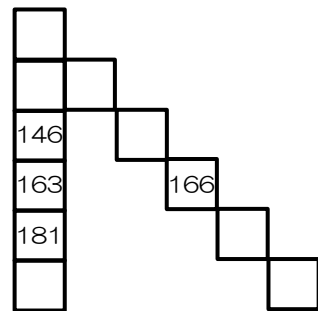
図③



図④



図⑤



図⑥

