受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

和分解と順位・２

一列に並んでいる子どもたちに，前に並んでいる子どもほど多くなるように，用意したあめを全て配ります。ただし，一番後ろの子どもにも少なくとも１個のあめはあげるようにします。

（１）あめを２０個用意したところ，４人の子どもが並びました。それぞれの子どもがもらう可能性があるあめの個数のうち，最も多いものと少ないものを答えなさい。

順番（前から）	4	3	2	1
最多	個	個	個	個
最小	個	個	個	個

（２）あめを１００個用意したところ，１０人の子どもが並びました。ある順番に並んだ子どもは，もらう可能性がある個数のうちで最も多いあめをもらい，すぐ後ろの子どもはそれより１１個少なくあめをもらいました。２人がもらったあめの個数の組みあわせを答えなさい。

（３）あめを５０００個用意したところ，５０人の子どもが並びました。ある順番に並んだ子どもは，もらう可能性がある個数のうちで最も多いあめをもらい，すぐ後ろの子どもはそれより１００個少なくあめをもらいました。２人がもらったあめの個数の組みあわせをすべて答えなさい。

最難関問題

和分解と順位・２

（１）

順番（前から）	４	３	２	１
最多	３個	５個	８個	１４個
最小	１個	２個	３個	７個

（２）（１８個，７個）

（３）（１１４個，１４個），（１１８個，１８個），（１２２個，２２個），
（１２６個，２６個），（１３０個，３０個）

（１）解説省略

（２）１０人が少ない順に１個，２個，３個，…，１０個と，１から連続する整数の個数だけあめをもらった場合の合計は，１＋２＋３＋…＋１０＝５５（個）で，あと１００－５５＝４５（個）です。ここで，下のように途中から配るあめの個数を１０個ずつ増やすと，差の１１が生じます。

１，２，３，…，□，□＋１，□＋２，…，10

↓＋10　↓＋10　↓＋10

差が 11

□＋11，□＋12，…，20

４５÷１０＝４余り５より，上位４人のあめの個数を１０個ずつ増やすと５個余るので，４人にさらに１個ずつあめを配れます。行列の前から４番目の人のあめの個数は最も多くて１８個です。

１，２，３，…，６，７，８，９，10

↓↓↓↓　＋40

17，18，19，20

↓↓↓↓　＋４

18，19，20，21

残りの，５－１×４＝１（個）のあめを５番目の人に配ると，下のようになって，差が１１になります。よって，（１８個，７個）です。

１，２，３，…，６，７，８，９，10

↓↓↓↓　＋40

＋１

17，18，19，20

↓↓↓↓　＋４

７，18，19，20，21

最難関問題

（３）（２）と同様に考えます。５０人が少ない順に１個，２個，３個，…，５０個と，１から連続する整数の個数だけあめをもらった場合の合計は，１＋２＋３＋…＋５０＝１２７５（個）で，あと，５０００－１２７５＝３７２５（個）です。ここで，下のように途中から配るあめの個数を９９個ずつ増やすと，差の１００が生じます。

１，２，３，…，□，□＋１，□＋２，…，50

↓＋99　↓＋99　↓＋99

差が 100

□＋100，□＋101，…，149

３７２５÷９９＝３７余り６２より，上位３７人のあめの個数を９９個ずつ増やすと６２個余るので，３７人にあと１個ずつあめを配ることができます。よって，行列の前から３７番目の人のあめの個数は最も多くて１４＋９９＋１＝１１４（個）です。残りの，６２－１×３７＝２５（個）のあめのうちの１個を３８番目の人に配ると，下のように差が１００になります。さらに残った２４個のあめは上位の人などに配ることができます。よって，（１１４個，１４個）です。

１，２，３，…，13，14，15 ，… ，50

↓＋(99×37)

＋１

113，114，…，149

↓＋37

14，114，115，…，150

続いて，残りの場合を考えていきます。上位３８人以上のあめの個数を９９個ずつ増やすことは不可能なので，上位３６人以下の場合を考えます。

〇上位３６人の場合

１，…，14，15，16 ，… ，50

↓＋(99×36)

$\boxed{62＋99＝161\text{ 余る}}$

114，115，…，149

$\boxed{161÷36＝４\text{余り }15}$

＋４　＋４　＋４　＋４

18，118，119，…，153

ここでは，１６１を３６で割った余りの１５が商の４以上なので，前から３７番目の人の個数を１４個から４個増やして１８個にできています。つまり，１６１÷３６と１６１÷（３６＋１）の商が等しいために，前から３６番目の人の個数を最多にしても，３７番目の人の個数を増やして差を１０にできる，ということです。

最難関問題

上位３５人以下の場合も同様に考えていきます。

○上位３５人の場合

1，…，15，16，17，…，50

＋(99×35)

115，116，…，149

＋７ ＋７ ＋７ ＋７

22，122，123，…，156

$\boxed{161＋99＝260\ 余る}$

$\boxed{260÷35＝７余り15}$

$\boxed{260÷36＝７余り８}$

○上位３４人の場合

1，…，16，17，18，…，50

＋(99×34)

116，117，…，149

＋10 ＋10 ＋10 ＋10

26，126，127，…，159

$\boxed{260＋99＝359\ 余る}$

$\boxed{359÷34＝10余り19}$

$\boxed{359÷33＝10余り９}$

○上位３３人の場合

1，…，17，18，19，…，50

＋(99×33)

117，118，…，149

＋13 ＋13 ＋13 ＋13

30，130，131，…，162

$\boxed{359＋99＝458\ 余る}$

$\boxed{458÷33＝13余り29}$

$\boxed{458÷34＝13余り16}$

○上位３２人の場合

1，…，18，19，20，…，50

＋(99×32)

118，119，…，149

＋16 ＋17 ＋17 ＋17

34，135，136，…，166

$\boxed{458＋99＝557\ 余る}$

$\boxed{557÷32＝17余り13}$

$\boxed{557÷33＝16余り29}$

こうして，上位３２人の場合は条件を満たしません。これ以降も，割られる数が大きくなる一方で割る数は小さくなるので，商の差は広がっていきます。

以上より，（１１４個，１４個），（１１８個，１８個），（１２２個，２２個），（１２６個，２６個），（１３０個，３０個）が答えとなります。