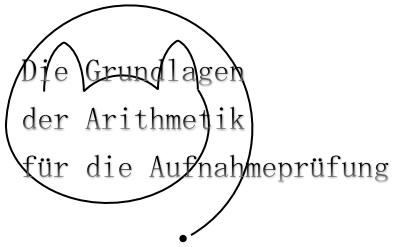


受験算数の基礎



最難関問題

和分解と順位・2

一列に並んでいる子どもたちに、前に並んでいる子どもほど多くなるように、用意したあめを全て配ります。ただし、一番後ろの子どもにも少なくとも1個のあめはあげるようにします。

(1) あめを20個用意したところ、4人の子どもが並びました。それぞれの子どもがもらう可能性があるあめの個数のうち、最も多いものと少ないものを答えなさい。

順番（前から）	4	3	2	1
最多	個	個	個	個
最小	個	個	個	個

(2) あめを100個用意したところ、10人の子どもが並びました。ある順番に並んだ子どもは、もらう可能性がある個数のうちで最も多いあめをもらい、すぐ後ろの子どもはそれより11個少なくあめをもらいました。2人がもらったあめの個数の組みあわせを答えなさい。

(3) あめを5000個用意したところ、50人の子どもが並びました。ある順番に並んだ子どもは、もらう可能性がある個数のうちで最も多いあめをもらい、すぐ後ろの子どもはそれより100個少なくあめをもらいました。2人がもらったあめの個数の組みあわせをすべて答えなさい。

受験算数の基礎



最難関問題

和分解と順位・2

(1)

順番（前から）	4	3	2	1
最多	3個	5個	8個	14個
最小	1個	2個	3個	7個

(2) (18個, 7個)

(3) (114個, 14個), (118個, 18個), (122個, 22個),
(126個, 26個), (130個, 30個)

(1) 解説省略

(2) 10人が少ない順に1個, 2個, 3個, …, 10個と, 1から連続する整数の個数だけあめをもらった場合の合計は, $1 + 2 + 3 + \dots + 10 = 55$ (個) で, あと $100 - 55 = 45$ (個) です。ここで, 下のように途中から配るあめの個数を10個ずつ増やすと, 差の11が生じます。

$$1, 2, 3, \dots, \square, \square + 1, \square + 2, \dots, 10$$

↓ +10 ↓ +10 ↓ +10

差が11

$\square + 11, \square + 12, \dots, 20$

$45 \div 10 = 4$ 余り5より, 上位4人のあめの個数を10個ずつ増やすと5個余るので, 4人にさらに1個ずつあめを配れます。行列の前から4番目の人のあめの個数は最も多くて18個です。

$$1, 2, 3, \dots, 6, 7, 8, 9, 10$$

↓ ↓ ↓ ↓ +40

17, 18, 19, 20

↓ ↓ ↓ ↓ +4

18, 19, 20, 21

残りの, $5 - 1 \times 4 = 1$ (個) のあめを5番目の人に配ると, 下のようになって, 差が11になります。よって, (18個, 7個) です。

$$1, 2, 3, \dots, 6, 7, 8, 9, 10$$

+1 ↓ ↓ ↓ ↓ +40

17, 18, 19, 20

↓ ↓ ↓ ↓ +4

7, 18, 19, 20, 21

受験算数の基礎



最難関問題

(3) (2) と同様に考えます。50人が少ない順に1個, 2個, 3個, …, 50個と, 1から連続する整数の個数だけあめをもらった場合の合計は, $1 + 2 + 3 + \dots + 50 = 1275$ (個) で, あと, $5000 - 1275 = 3725$ (個) です。ここで, 下のように途中から配るあめの個数を99個ずつ増やすと, 差の100が生じます。

$$1, 2, 3, \dots, \square, \square + 1, \square + 2, \dots, 50$$

↓ +99 ↓ +99 ↓ +99
 差が100 ↓ +100, \square +101, \dots, 149

$3725 \div 99 = 37$ 余り62より, 上位37人のあめの個数を99個ずつ増やすと62個余るので, 37人にあと1個ずつあめを配ることができます。よって, 行列の前から37番目の人のあめの個数は最も多くて $14 + 99 + 1 = 114$ (個) です。残りの, $62 - 1 \times 37 = 25$ (個) のあめのうちの1個を38番目の人に配ると, 下のように差が100になります。さらに残った24個のあめは上位の人などに配ることができます。よって, (114個, 14個) です。

$$1, 2, 3, \dots, 13, 14, 15, \dots, 50$$

↓ +1 ↓ +1 ↓ +1 ↓ + (99 \times 37)
 ↓ +1 ↓ +1 ↓ +1 ↓ +37
 ↓ +1 ↓ +1 ↓ +1 ↓ +1
 14, 114, 115, \dots, 150

続いて, 残りの場合を考えていきます。上位38人以上のあめの個数を99個ずつ増やすことは不可能なので, 上位36人以下の場合を考えます。

○上位36人の場合

$$1, \dots, 14, 15, 16, \dots, 50$$

↓ +4 ↓ +4 ↓ +4 ↓ + (99 \times 36)
 ↓ +4 ↓ +4 ↓ +4 ↓ +4
 ↓ +4 ↓ +4 ↓ +4 ↓ +4
 18, 118, 119, \dots, 153

ここでは, 161を36で割った余りの15が商の4以上なので, 前から37番目の人の個数を14個から4個増やして18個にできています。つまり, $161 \div 36$ と $161 \div (36+1)$ の商が等しいために, 前から36番目の人の個数を最多にしても, 37番目の人の個数を増やして差を10にできる, ということです。

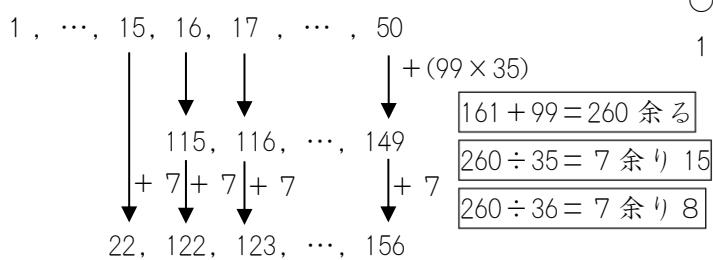
受験算数の基礎



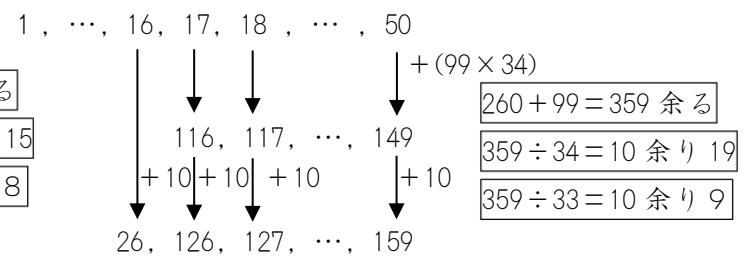
最難関問題

上位 35 人以下の場合も同様に考えていきます。

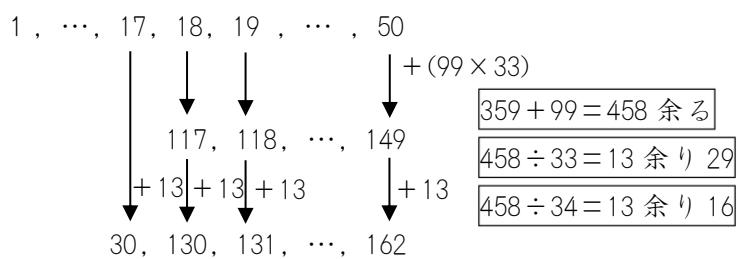
○上位 35 人の場合



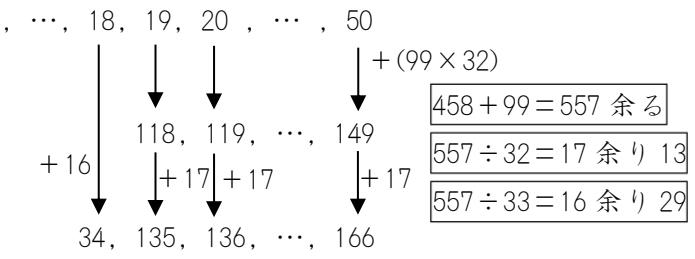
○上位 34 人の場合



○上位 33 人の場合



○上位 32 人の場合



こうして、上位 32 人の場合は条件を満たしません。これ以降も、割られる数が大きくなる一方で割る数は小さくなるので、商の差は広がっていきます。

以上より、(114 個, 14 個), (118 個, 18 個), (122 個, 22 個), (126 個, 26 個), (130 個, 30 個) が答えとなります。