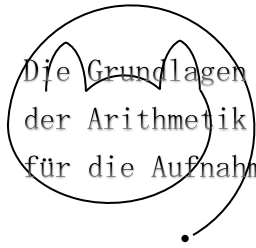


## 最難関問題

2024の問題・倍数の約数の個数

- (1) 2024の約数の個数を答えなさい。
- (2) 2024を  倍したところ、約数の個数が32個になりました。 にあてはまる整数のうち、小さいほうから1番目、5番目、30番目のものを、それぞれ答えなさい。
- (3) 2024を  倍したところ、約数の個数が48個になりました。 にあてはまる整数のうち、100以下のものは何個ありますか。また、500以下のものは何個ありますか。



## 最難関問題

2024の問題・倍数の約数の個数

(1) 16個 (2) 3, 16, 127 (3) 100以下…13個, 500以下…51個

(1)  $2024 = 2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 23$  より,

$(3+1) \times (1+1) \times (1+1) = 4 \times 2 \times 2 = 16$  (個) です。

(2) 2024を整数倍した数なので、約数の個数は $4 \times 2 \times 2$ という式をもとにしてきまります。

$$4 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

$\Delta$ を2, 11, 23以外の素数とすると、 $2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 23 \times \Delta$ の約数の個数は $4 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$  (個) になります。よって、3倍, 5倍, 7倍, 13倍, 17倍, …です。

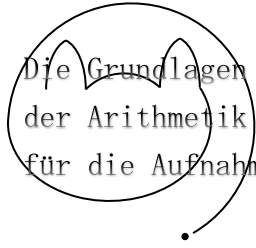
$$8 \times 2 \times 2 = 32, 4 \times 4 \times 2 = 32, 4 \times 2 \times 4 = 32$$

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 23$ の約数の個数は、 $8 \times 2 \times 2 = 32$  (個) になります。よって、 $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$  (倍) です。

$2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 11 \times 11 \times 23$ の約数の個数は、 $4 \times 4 \times 2 = 32$  (個) になります。よって、 $11 \times 11 = 121$  (倍) です。

$2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 23 \times 23 \times 23$ の約数の個数は、 $4 \times 2 \times 4 = 32$  (個) になります。よって、 $23 \times 23 = 529$  (倍) です。

以上より、3倍, 5倍, 7倍, 13倍, 16倍, 17倍, 19倍, 29倍, 31倍, 37倍, 41倍, 43倍, 47倍, 53倍, 59倍, 61倍, 67倍, 71倍, 73倍, 79倍, 83倍, 89倍, 97倍, 101倍, 103倍, 107倍, 109倍, 113倍, 121倍, 127倍, …となるので、3倍, 16倍, 127倍です。



## 最難関問題

(3) (2) と同様に、約数の個数は  $4 \times 2 \times 2$  という式をもとにしてきまります。

$$4 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$$

$\Delta$  を 2, 11, 23 以外の素数とすると、 $2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 23 \times \Delta \times \Delta$  の約数の個数は  $4 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$  (個) になります。

よって、100 以下は、9, 25, 49 の 3 個です。また、500 以下は、169, 289, 361 も加えた 6 個です。

$$6 \times 2 \times 2 \times 2 = 48, \quad 4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48, \quad 4 \times 2 \times 3 \times 2 = 48$$

$\Delta$  を 2, 11, 23 以外の素数とします。

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 23 \times \Delta$  の約数の個数は  $6 \times 2 \times 2 \times 2 = 48$  (個) になります。

よって 100 以下は、 $4 \times \Delta$  の  $\Delta = 3, 5, 7, 13, 17, 19$  の 6 個、

500 以下だと  $\Delta = 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113$  を加えた 27 個です。

$2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 11 \times 23 \times \Delta$  の約数の個数は  $4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$  (個) になります。

よって 100 以下は、 $11 \times \Delta$  の  $\Delta = 3, 5, 7$  の 3 個、

500 以下だと  $\Delta = 13, 17, 19, 29, 31, 37, 41, 43$  を加えた 11 個です。

$2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 23 \times 23 \times \Delta$  の約数の個数は  $4 \times 2 \times 3 \times 2 = 48$  (個) になります。

よって 100 以下は、 $23 \times \Delta$  の  $\Delta = 3$  の 1 個、

500 以下だと  $\Delta = 5, 7, 13, 17, 19$  を加えた 6 個です。

$$6 \times 4 \times 2 = 48, \quad 6 \times 2 \times 4 = 48$$

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 11 \times 11 \times 23$  の約数の個数は、 $6 \times 4 \times 2 = 48$  (個) になります。

よって、 $2 \times 2 \times 11 \times 11 = 484$  で、500 以下  $n$  が 1 個です。

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 23 \times 23 \times 23$  の約数の個数は、 $6 \times 2 \times 4 = 48$  (個) になります。

よって、 $2 \times 2 \times 23 \times 23 = 2116$  です。

$$4 \times 6 \times 2 = 48, \quad 4 \times 2 \times 6 = 48$$

$2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 23$  の約数の個数は、 $4 \times 6 \times 2 = 48$  (個) になります。よって、 $11 \times 11 \times 11 \times 11$  です。

$2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 23 \times 23 \times 23 \times 23 \times 23$  の約数の個数は、 $4 \times 2 \times 6 = 48$  (個) になります。よって、 $23 \times 23 \times 23 \times 23$  です。

## 最難関問題

$$4 \times 4 \times 3 = 48, 4 \times 3 \times 4 = 48$$

$2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 23 \times 23$  の約数の個数は、 $4 \times 4 \times 3 = 48$  (個) になります。  
よって、 $11 \times 11 \times 23 = 2783$  です。

$2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 11 \times 23 \times 23 \times 23$  の約数の個数は、 $4 \times 3 \times 4 = 48$  (個) になります。  
よって、 $11 \times 23 \times 23 = 5819$  です。

以上より、100以下は  $3 + 6 + 3 + 1 = 13$  (個)、  
500以下は  $6 + 27 + 11 + 6 + 1 = 51$  (個) です。