

# 最難関問題

## 年間カレンダーの問題・2

1年間の日付けを1つにまとめたカレンダーがあります。この年は平年で、1月1日は火曜日です。下の表はこのカレンダーの1月と2月の最初までをぬきだしたのですが、新しい月は前の月の最後の行の次の行から始まります。

たて横2マスの枠によってこのカレンダーの日付けを囲み、その和を求めます。例えば下のように置いた場合は、 $31 + 1 = 32$ となります。和が7の倍数になるような枠の置き方は何通りありますか。解答らんに、和ごとに何通りであるかを書きなさい。解答らんはすべて使うとはかぎりません。

日	月	火	水	木	金	土
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		
					1	2
3	4	5	6	7	8	9

### 【解答らん】

和		和	
	通り		通り
	通り		通り
	通り		通り
	通り		通り
	通り		通り



## 最難関問題

年間カレンダーの問題・2 解説参照

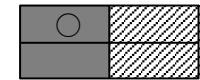
枠が2列なので、表に収まるためには右の図で影をつけた左側の列が日曜～金曜でなければなりません。このような曜日の条件を扱うために、最初に各月の1日の曜日をまとめると、次のようになります。



日曜日…9月・12月，月曜日…4月・7月，火曜日…1月・10月，水曜日…5月，木曜日…8月，  
金曜日…2月・3月・11月，土曜日…6月，

### 同じ月で4マスとも埋まる場合

右の枠において影をつけた列と斜線部分の列はそれぞれ7で割った余りが等しくなります。それぞれを  $a$ 、 $b$  とすると、余りの和は  $(a + b) \times 2$  ですから、これが7の倍数のときに条件を満たします。あてはまるのは、 $(3 + 4) \times 2 = 14$  の場合です。このとき、枠の左上のマスに○にあてはまる数は、3、10、17です。よって、3日の曜日がカレンダーの端である土曜日でなければ、つまりはその月の1日が木曜日である8月以外の11か月には、このような枠を置き方がありません。



- = 3…3 + 4 + 10 + 11 = 28…11通り，
- = 10…10 + 11 + 17 + 18 = 56…11通り，
- = 17…17 + 18 + 24 + 25 = 84…11通り，となります。

### 異なる月にまたがったり，空きのマスがあったりする場合

前月と次月に枠がまたがる場合，前月の最終日が土曜日で次月の1日が日曜日の場合は，例えば次のようになって空きのマスができません。

日	月	火	水	木	金	土
24	25	26	27	28	29	30
1	2	3	4	5	6	7

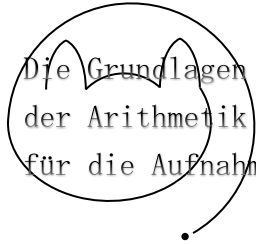
このような場合，以下の(ア)(イ)で和が7の倍数になります。

(ア)	<table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>25</td><td>26</td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td></tr> </table>	25	26	2	3
25	26				
2	3				

(イ)	<table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>29</td><td>30</td></tr> <tr><td>5</td><td>6</td></tr> </table>	29	30	5	6
29	30				
5	6				

(ア)は前月が30日で終わる月で次月の1日が日曜日なので，11月・12月にまたがる場合のみですから， $25 + 26 + 2 + 3 = 56$ が1通りです。

(イ)は前月が31日で終わる月で次月の1日が日曜日なので，8月・9月にまたがる場合のみですから， $29 + 30 + 5 + 6 = 70$ が1通りです。



## 最難関問題

次月の1日が日曜日ではない場合、問題文の1月と2月の場合のように、空きのマスができます。このような場合、次の(ウ)(エ)で和が7の倍数になります。

(ウ)	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="width: 40px; height: 20px;"></td><td style="width: 40px; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="width: 40px; height: 20px;">3</td><td style="width: 40px; height: 20px;">4</td></tr> </table>			3	4
3	4				

(エ)	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="width: 40px; height: 20px;">23</td><td style="width: 40px; height: 20px;">24</td></tr> <tr><td style="width: 40px; height: 20px;">30</td><td style="width: 40px; height: 20px;"></td></tr> </table>	23	24	30	
23	24				
30					

(ウ)は次月の1日が日曜日か木曜日でなければよいので、9月、8月、12月と、上に空きの行がない1月を除きますから、 $3 + 4 = 7$ が8通りです。

(エ)は前月が30日で終わる月で、23日が土曜日でなければよい、つまり1日が金曜日でなければよいので、4月、6月、9月があてはまり、 $23 + 24 + 30 = 77$ が3通りです。

以上より、次の表が解答となります(順不同)。

和		和	
7	8通り	28	11通り
56	12通り	70	1通り
77	3通り	84	11通り
	通り		通り
	通り		通り