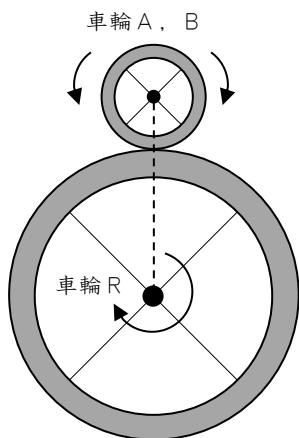


最難関問題

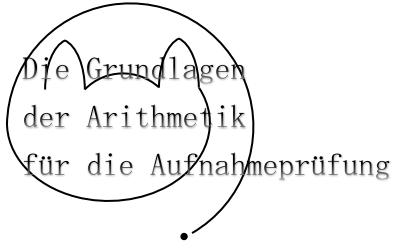
車輪と車輪の速さの問題・1

下の図のように、車輪Rのまわりを車輪Aや車輪Bがすべることなく回転します。車輪A, Bは時計回りか反時計回りに回転し、車輪R自身もその場で時計回りに回転します。最初、車輪A, Bの中心は車輪Rの中心のまっすぐ上の位置にあります。車輪A, Bの中心が再び車輪Rの中心のまっすぐ上にきたときに、車輪A, Bは車輪Rの周りを1周したと考えます。



(1) 車輪AとBの半径の比は3:4で、車輪Aが5回転する間に車輪Bは4回転します。車輪Aは反時計回りに車輪Rの周りを100回転すると1周し、車輪Bは反時計回りに車輪Rの周りを60回転すると1周します。このとき、車輪A, Bともに車輪の中心も車輪Rの周りを反時計回りに進みました。車輪Rが1回転する間に、車輪Aは何回転しますか。

(2) 車輪Rの半径は車輪Aの半径の20倍で、車輪Bが30回転する間に車輪Rは1回転します。車輪Aは反時計回りに車輪Rの周りを180回転すると1周します。このとき、車輪Aの中心も車輪Rの周りを反時計回りに進みました。車輪Bは時計回りに車輪Rの周りを13 $\frac{7}{11}$ 回転すると1周します。車輪Rの半径は車輪Bの半径の何倍ですか。



最難関問題

車輪と車輪の速さの問題・1 (1) 25回転 (2) 25倍

(1) 車輪AとBがRの周りを1周するのにかかる時間の比は、 $\frac{100}{5} : \frac{60}{4} = 4 : 3$ なので、

(車輪AがRの周りを進む速さ) : (車輪BがRの周りを進む速さ) = 3 : 4です。

また、車輪Aの速さ : 車輪Bの速さ = $(3 \times 5) : (4 \times 4) = 15 : 16$ です。3 : 4も15 : 16も比の差は1なので、車輪Rの速さは比の $15 - 3 = 16 - 4 = 12$ にあたり、車輪AとBは車輪Rの周りを反時計回りに1周することがわかります。

続いて、車輪Rの半径を考えます。車輪Aの速さ : (車輪Aの速さ - 車輪Rの速さ) = 15 : 3 = 5 : 1なので、車輪Aが「停止している車輪Rの周りを1周するのにかかる時間」は「回転している車

輪Rの周りを1周するのにかかる時間」の $\frac{1}{5}$ 倍となります。時間が $\frac{1}{5}$ 倍であるということは回転数も

$\frac{1}{5}$ 倍になるということですから、車輪Aは停止している車輪Rの周りを $100 \times \frac{1}{5} = 20$ (回転) して1周します。よって、車輪Rの半径は車輪Aの半径の20倍です。ここまで比をまとめると、次のようにになります。

	車輪A	車輪B	車輪R
半径の比	3	: 4	: 60
時間あたりの回転数の比	5	: 4	
速さの比	15	: 16	: 12

車輪Rの時間あたりの回転数は上の比においては $\frac{12}{60} = \frac{1}{5}$ にあたるので、車輪AとRの時間あたりの回転数の比は、 $5 : \frac{1}{5} = 25 : 1$ です。よって、車輪Rが1回転する間に、車輪Aは25回転します。

受験算数の基礎



最難関問題

(2) 問題文で与えられている比は、次のようにになります。

$$\begin{array}{ccc}
 \text{車輪 A} & \text{車輪 B} & \text{車輪 R} \\
 \text{半径の比} & 1 & : 20 \\
 \text{時間あたりの} & & \\
 \text{回転数の比} & 30 & : 1 \\
 \hline
 & & \\
 \text{速さの比} & &
 \end{array}$$

車輪 A と R の半径の比は 1 : 20 なので、車輪 A は停止している車輪 R の周りを 20 回転して 1 周します。よって、

(停止している車輪 R の周りを 1 周するのにかかる時間) : (回転している車輪 R の周りを 1 周するのにかかる時間) = 20 : 180 = 1 : 9 で、その逆比をとることで
 (車輪 A の速さ) : (車輪 A の速さ - 車輪 R の速さ) = 9 : 1 となり、
 (車輪 A の速さ) : (車輪 R の速さ) = 9 : (9 - 1) = 9 : 8 です。この比を上の比とそろえると、
 $9 : 8 = 45 : 40$ より、次のようにになります。

$$\begin{array}{ccc}
 \text{車輪 A} & \text{車輪 B} & \text{車輪 R} \\
 \text{半径の比} & 1 & : 20 \\
 \text{時間あたりの} & & \\
 \text{回転数の比} & 45 & : 60 : 2 \\
 \hline
 & & \\
 \text{速さの比} & 45 & : 40
 \end{array}$$

さて、車輪 B は時計回りに回転するので、(車輪 B の速さ + 車輪 R の速さ) で時計回りに車輪 R の周りを $13\frac{7}{11}$ 回転して 1 周します。車輪 A が同様に時計回りに回転した場合、

$$20 \times \frac{45}{45+40} = 10\frac{10}{17} \text{ (回転)} \text{ して 1 周します。車輪 A と B の時間あたりの回転数の比は}$$

$45 : 60 = 3 : 4$ なので、車輪 A と B が時計回りに 1 周するのにかかる時間の比は、

$$(10\frac{10}{17} \div 3) : (13\frac{7}{11} \div 4) = 88 : 85,$$

(車輪 A の速さ + 車輪 R の速さ) : (車輪 B の速さ + 車輪 R の速さ) = 85 : 88 となります。比の 85 はちょうど上にまとめた比の $45 + 40$ にあたるので、車輪 B の速さは比の $88 - 40 = 48$ にあたります。車輪 B と車輪 R の半径の比は、 $\frac{48}{60} : 20 = 1 : 25$ となるので、車輪 R の半径は車輪 B の半径の 25 倍です。