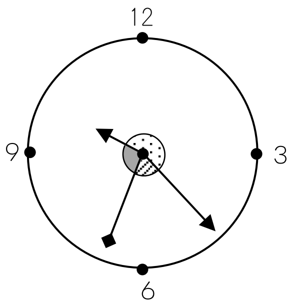
受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

３針の間の角度

時針，分針，秒針がついた時計があります。３つの針によって円の中心は３つの角に分割されます。



０時０分からの１２時間の間で，３つの角の大きさの比が以下のようになる時刻を○時□分というかたちで，すべて答えなさい。ないときは，「ない」と答えなさい。

（１）
① 1 : 1 : 1
② 1 : 1 : 2
③ 1 : 1 : 3
④ 1 : 2 : 2

（２）
① 1 : 1 : 5
② 1 : 2 : 4
③ 1 : 3 : 3
④ 2 : 2 : 3

最難関問題

３針の間の角度

（１）①ない　②ない　③２時２４分，９時３６分　④４時４８分，７時１２分

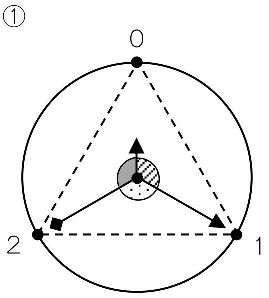
（２）①ない　③ない　④ない

②１時４２$\frac{6}{7}$分，３時２５$\frac{5}{7}$分，５時８$\frac{4}{7}$分，６時５１$\frac{3}{7}$分，８時３４$\frac{2}{7}$分，１０時１７$\frac{1}{7}$分

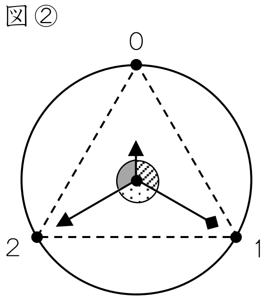
（１）時針，分針，秒針がきめられた時間に進む角度の比（＝速さの比・角速度の比）は，０.５：６：３６０＝１：１２：７２０です。３つの針の間の角度が問題となるので，時針を「止めて」考えると，分針の速さは１２－１＝１１，秒針の速さは７２０－１＝７１９となります。

①　３つの針の作る角の大きさの比が１：１：１になるのは，図①，②のように３つの針が差す円周上の３点を結ぶと正三角形になる場合です。このとき，円周を３つの区間に分けると，時針は止まっているので０区間進み，分針と秒針はそれぞれ（３の倍数＋１）区間と，（３の倍数＋２）区間進んでいなければいけません。ところが，１１÷３＝３余り２，７１９÷３＝２３９余り２となって３で割ったときの余りが等しいので，分針と秒針は重なってしまいます。よって，３つの角の大きさの比が１：１：１となることはありません。

図①

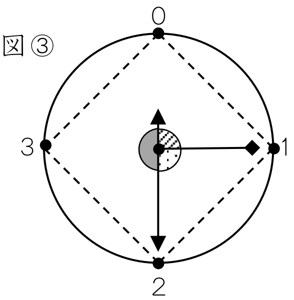


図②

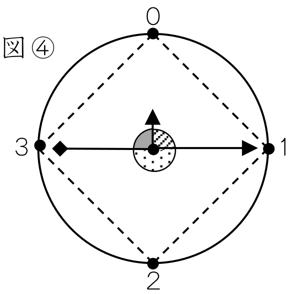


②　①と同様に考えると，３つの針の作る角の大きさの比が１：１：２になるのは，図③，④のように３つの針が差す円周上の３点が，正方形の３つの頂点になる場合です。このとき，円周を４つの区間に分けると，時針は止まっているので０区間進み，分針と秒針はそれぞれ（４の倍数＋１～３）区間進んでいなければいけません。ところが，１１÷４＝２余り３，７１９÷４＝１７９余り３となって４で割ったときの余りが等しいので，分針と秒針は重なってしまいます。よって，３つの角の大きさの比が１：１：２となることはありません。

図③

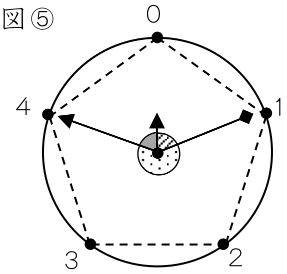


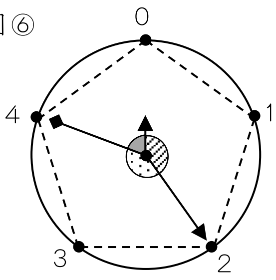
図④



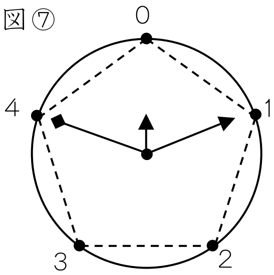
最難関問題

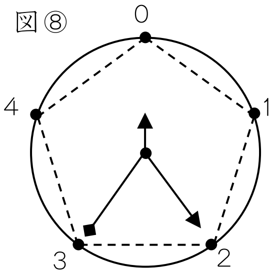
③，④　３つの針の作る角の大きさの比が１：１：３や１：２：２になるのは，図⑤，⑥のように３つの針が差す円周上の３点が，正五角形の３つの頂点になる場合です。このとき，円周を５つの区間に分けると，時針は止まっているので０区間進み，分針と秒針はそれぞれ（５の倍数＋１～４）区間進んでいなければいけません。１１÷５＝２余り１，７１９÷５＝１４３余り４であることから，分針は２周と１区間ずつ，秒針は１４３周と４区間ずつ進むと考えることができます。

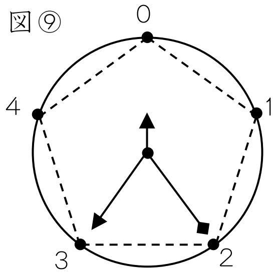
図⑤


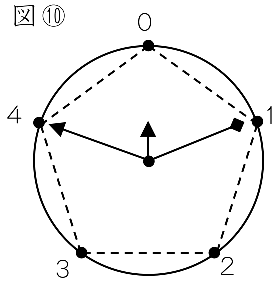
図⑥


分針は時針に対して３６０×$2\frac{1}{5}$＝７９２（度）進むのに，７９２÷（６－0.5）＝１４４（分）かかるので，０時０分ちょうどから１４４分ごとに，３つの針は図⑦～⑩の位置関係に立ちます。

図⑦


図⑧


図⑨


図⑩


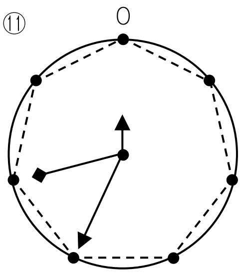
図⑦は２時２４分，図⑧は４時４８分，図⑨は７時１２分，図⑩は９時３６分なので，
③の１：１：３は２時２４分と９時３６分，④の１：２：２は４時４８分と７時１２分です。

最難関問題

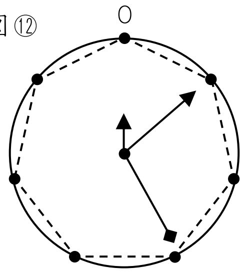
（２）３つの針が差す円周上の３点が，正七角形の３つの頂点になる場合を考えます。円周を７区間に分けると，１１÷７＝１余り４，７１９÷７＝１０２余り５であることから，分針は１周と４区間ずつ，秒針は１０２周と５区間ずつ進むと考えることができます。

分針は時針に対して$360\times1\frac{4}{7}=\frac{3960}{7}$（度）進むのに，$\frac{3960}{7}\div(6-0.5)=\frac{720}{7}$（分）かかるので，０時０分ちょうどから$\frac{720}{7}$分ごとに，３つの針は図⑪～⑯の位置関係に立ちます。

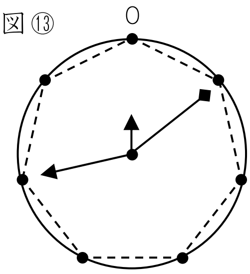
図⑪



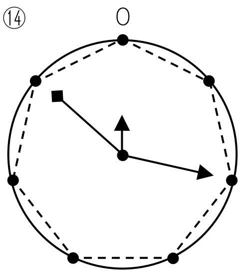
図⑫



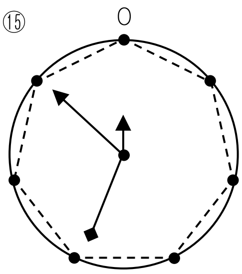
図⑬



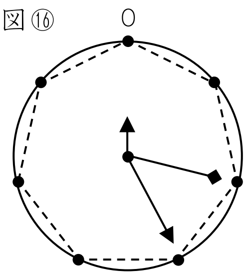
図⑭



図⑮



図⑯



図⑪～⑯のすべてにおいて，３つの角の大きさの比は１：２：４です。よって，①，③，④は「ない」が答えであり，②は，

１時$42\frac{6}{7}$分，３時$25\frac{5}{7}$分，５時$8\frac{4}{7}$分，６時$51\frac{3}{7}$分，８時$34\frac{2}{7}$分，１０時$17\frac{1}{7}$分です。