最難関問題

２０２７の立方数への分解

以下の問いに答えなさい。

（１）同じ整数を３個かけあわせた数を立方数といいます。立方数１×１×１，２×２×２，３×３×３，４×４×４，５×５×５，６×６×６，７×７×７，８×８×８，９×９×９，１０×１０×１０を９で割ったときの余りをそれぞれ求めなさい。

（２）整数を，３つの１以上の立方数の和で表します。たとえば３は１＋１＋１，３６は１＋８＋２７で表すことができます。２０２７を３つの１以上の立方数の和で表す式をすべて書きなさい。ただし，たす順番を変えた１＋８＋２７や１＋２７＋８は同じ式とします。

最難関問題

２０２７の立方数への分解

（１）順に，１，８，０，１，８，０，１，８，０，１

（２）２７＋１０００＋１０００（１０００＋２７＋１０００，１０００＋１０００＋２７も正解）

（１）解説省略

（２）（１）から，もとの数□と立方数□×□×□を９で割ったときの余りに注目をすると，次のようにまとめることができます。

９で割った余り	
□	□×□×□
０，３，６	０
１，４，７	１
２，５，８	８

２０２７を９で割った余りは２です。９で割った余りが０，１，８の組みあわせで９で割った余りが２になるのは，０＋１＋１＝２の場合のみです。

１２×１２×１２＝１７２８，１３×１３×１３＝２１９７なので，□は１２以下です。

９で割った余りが０となる立方数は，

３×３×３＝２７，６×６×６＝２１６，９×９×９＝７２９，１２×１２×１２＝１７２８，

９で割った余りが１となる立方数は，

１×１×１＝１，４×４×４＝６４，７×７×７＝３４３，１０×１０×１０＝１０００，

９で割った余りが０となる立方数１個と９で割った余りが１となる立方数２個をたして

２０２７になる場合を調べると，２７＋１０００＋１０００のみです。