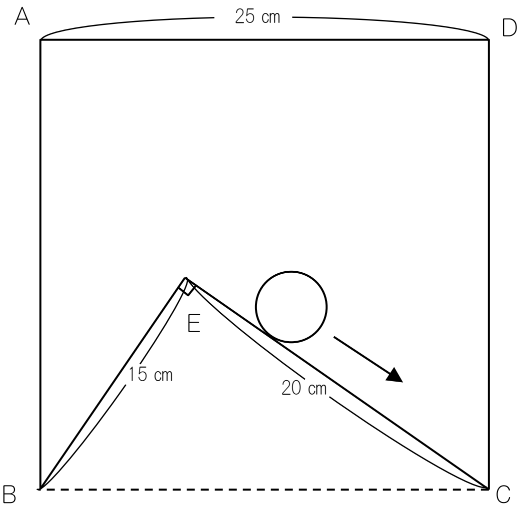
受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

円の内部移動・３

１辺が２５㎝の正方形ＡＢＣＤから，３辺の長さが２５㎝・２０㎝・１５㎝の直角三角形ＢＣＥを切り取って，下の図の五角形ＡＢＥＣＤをつくります。五角形の辺にそって，半径２㎝の円Ｏが五角形の内部を一周するとき，円Ｏが通過する部分の面積を求めなさい。円周率は３.１４とします。

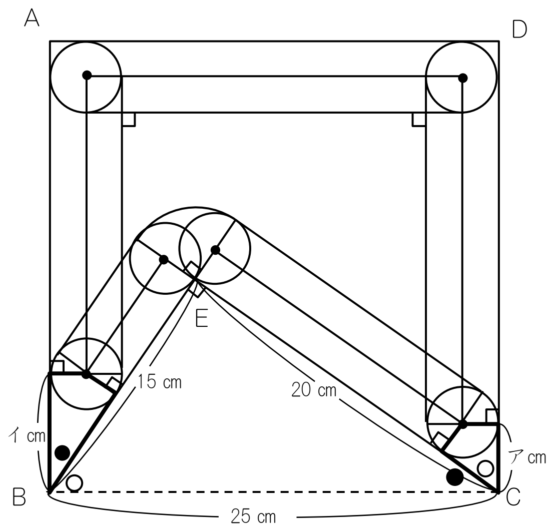


最難関問題

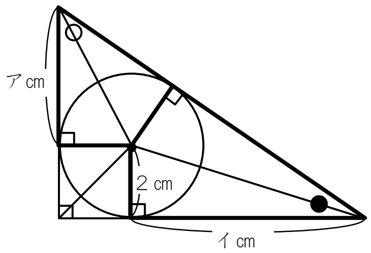
円の内部移動・３　３２８.２６㎝^{2}

　円は図①のように五角形の内部を通過します。内角が直角と〇印および●印の角の三角形は，３辺の長さの比が１５：２０：２５＝３：４：５の直角三角形となることから，太線で囲んだ四角形と円を組みあわせると，図②のようになり，図②の三角形は図③の三角形と相似になります。図③において円の半径□㎝は，（３＋４＋５）×□×$\frac{1}{2}$＝６（㎝^{2}）という式が成り立つことから，□＝１となります。図③と図②の三角形の相似比は，円の半径の長さの比である１：２ですから，図②の三角形の３辺の長さは，６㎝・８㎝・１０㎝になります。よって，ア＝６－２＝４（㎝），イ＝８－２＝６（㎝）です。

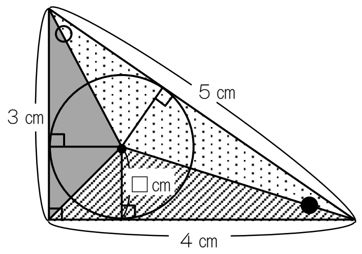
図①



図②



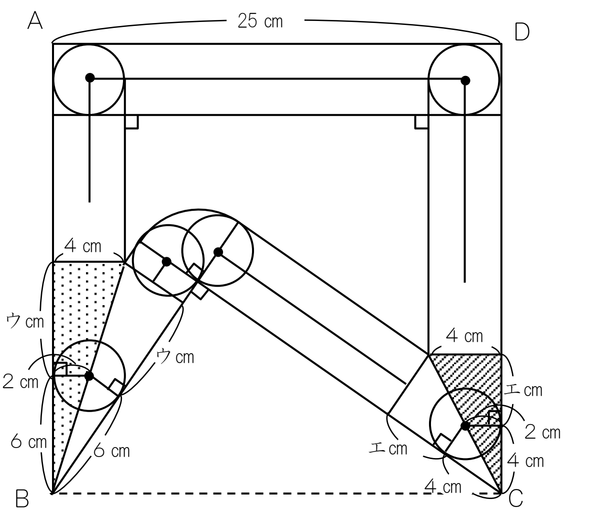
図③



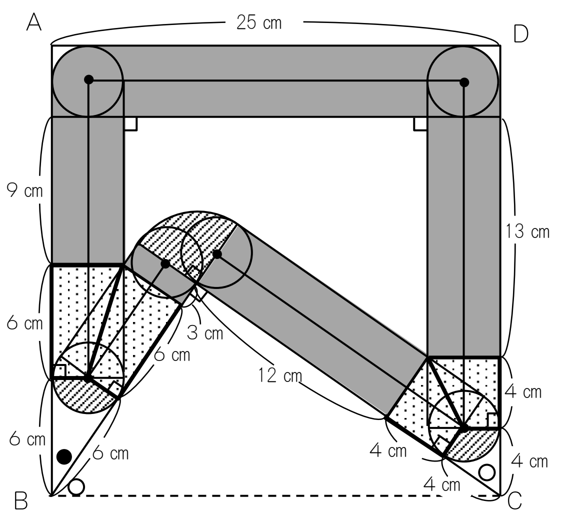
最難関問題

続いて，図④のウ，エの長さを求めます。あみ目部分の三角形も斜線部分の三角形も４：２＝２：１の相似形になっているので，ウ＝６㎝，エ＝４㎝です。

図④



図⑤



以上より，図⑤において円が通過する部分の面積を求めます。影をつけた部分の面積は，

$(25+9+3+12+13)\times 4-(4\times 4-2\times 2\times 3.14)\div 2=246.28$（$\text{㎝}^2$），

あみ目の部分は台形に分けて，$(2+4)\times 6\times\frac{1}{2}\times 2+(2+4)\times 4\times\frac{1}{2}\times 2=60$（$\text{㎝}^2$），

斜線部分の面積は，$2\times 2\times 3.14\times\frac{270}{360}+4\times 4\times 3.14\times\frac{90}{360}=21.98$（$\text{㎝}^2$）となるので，

円が通過する部分の面積は，$246.28+60+21.98=328.26$（㎝^2）です。