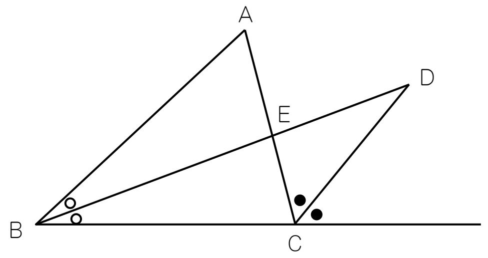
最難関問題

内角・外角の二等分と長さの比

下の図において，同じ印をつけた角の大きさは等しくなっています。
ＢＥ：ＥＤ＝５：３のとき，ＡＢ：ＡＥを求めなさい。



受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

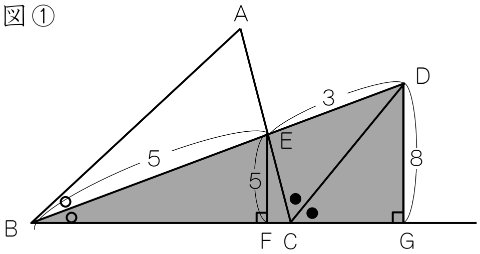
最難関問題

内角・外角の二等分と長さの比　８：３

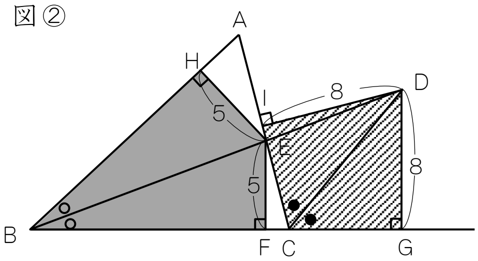
図①のように点Ｅ，Ｄから直線ＢＣに垂直な線ＥＦとＤＧを引くと，影をつけた三角形ＢＥＦとＢＤＧは５：（５＋３）＝５：８の相似になりますから，ＥＦ：ＤＧ＝５：８です。

次に，図②のように点ＥからＡＢに垂直な線ＥＨを引くと影をつけた三角形ＥＢＦとＥＢＨは合同となります。また，点ＤからＡＣに垂直な線ＤＩを引くと斜線部分の三角形ＤＣＧとＤＣＩは合同となります。

図①



図②



ここで，図③において影をつけた三角形ＡＢＥと，斜線部分の三角形ＣＤＥの面積の比を考えます。

⑤：③の比に注目をすると，ＡＢＥ：ＣＤＥ＝（⑤×ＡＥ）：（③×ＥＣ）です。

また，$\boxed{5}$：$\boxed{8}$の比に注目をすると，ＡＢＥ：ＣＤＥ＝（ＡＢ×$\boxed{5}$）：（ＥＣ×$\boxed{8}$）です。

よって，（⑤×ＡＥ）：（③×ＥＣ）＝（ＡＢ×$\boxed{5}$）：（ＥＣ×$\boxed{8}$）という比例式が成り立ちます。内項の積と外項の積が等しいことから，ＡＢ×ＥＣ×１５＝ＡＥ×ＥＣ×４０となるので，両辺を（ＥＣ×５）で割ると，ＡＢ×３＝ＡＥ×８より，ＡＢ：ＡＥ＝８：３です。

図③