

最難関問題

回転する棒の描く図形・3

図1のような長さが3 cmの細い棒ABがあります。この棒を、両端AとBを交代で中心にして回転させます。例えば、Aを中心に90度、Bを中心に90度、Aを中心に90度回転させると、図2のようになります。このように、回転させるときには直前の回転で通過した部分と重ならないようにします。

円周率を3.14として、次の問いに答えなさい。

図1

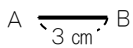


図2

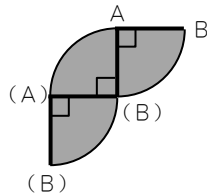
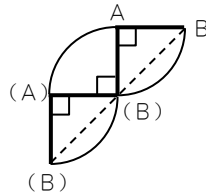


図3



(1) Aを中心に回転するときは毎回50度、Bを中心に回転するときは1回おきに50度と140度で細い棒を回転させることを、繰り返し行います。このとき、細い棒が通過してできる図形の面積は何 cm^2 ですか。

(2) Aを中心に回転するときは毎回 度、Bを中心に回転するときは1回おきに 度と 度で細い棒を回転させることを、繰り返し行います。このとき、棒が回転したときにBが中心となった位置を直線で結んでいったところ、1辺の長さが6 cmの正六角形ができました。

、、 にあてはまる数を答えなさい (は 以下とします)。また、このとき、細い棒が通過してできる図形の面積を求めなさい。

最難関問題

回転する棒の描く図形・3

(1) 91.06 cm^2

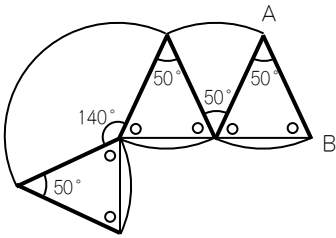
(2) あ ... 60, い ... 60, う ... 120, 141.3 cm^2

(1) ある程度図をかいてみると、図①のようになります。○印をつけた角の大きさは2つで $180 - 50 = 130$ (度) であり、○2つと50度の和は明らかに180度です。また、 $130 + 140 = 270$ (度), $360 - 270 = 90$ (度) です。

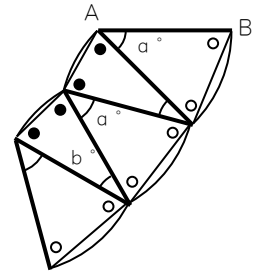
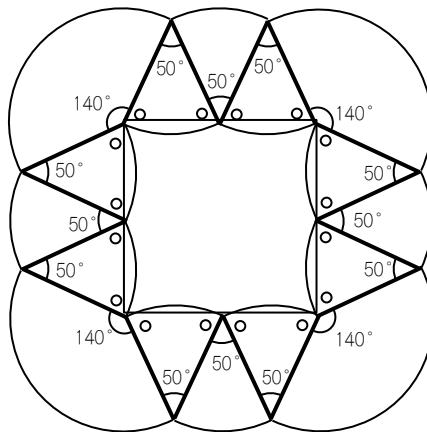
したがって、これを続けると図②のように正方形の周りを取り囲むような形になります。よって、

$$3 \times 3 \times 3.14 \times \frac{50 \times 3 + 140}{360} \times 4 = 91.06 \text{ (cm}^2\text{)} \text{ です。}$$

図①



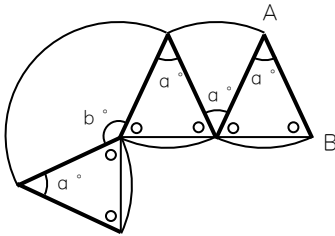
図②



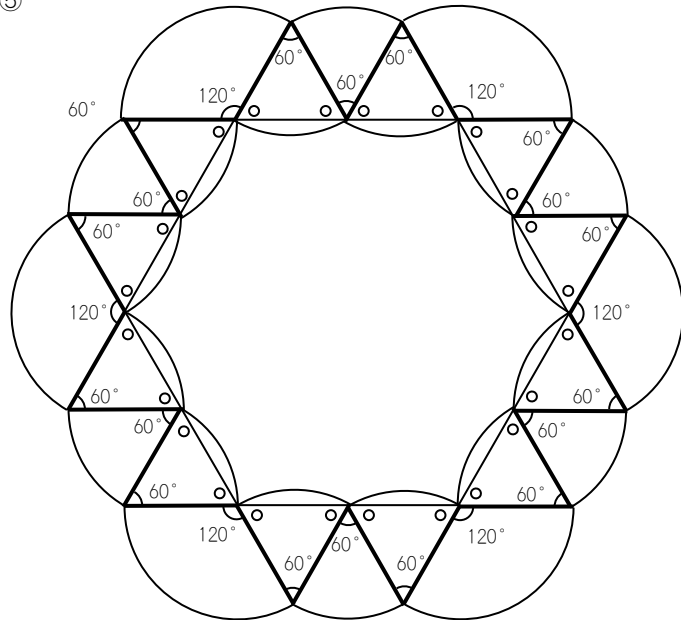
最難関問題

(2) (1) からわかることを図③で考えてみます。Aを中心として回転するときの角度とBを中心として回転するときの角度の片方が等しい場合、それをa度とすると、aと○2つの和は180度となるので一直線になります。また、bと○2つの和は、 $180 - a + b$ であり、 $360 - (180 - a + b) = (180 + a - b)$ 度の角を直線がつくれます。よって、図④のようにaを60度、bを120度にするると、図⑤のように1辺の長さが $3 \times 2 = 6$ (cm)の正六角形ができます。よって、
...60, ...60, ...120となります。

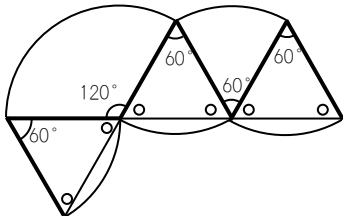
図③



図⑤



図④



このとき、細い棒が通過した部分の面積は、

$$3 \times 3 \times 3.14 \times \frac{60 \times 3 + 120}{360} \times 6 = 141.3 \text{ (cm}^2\text{)} \text{ です。}$$