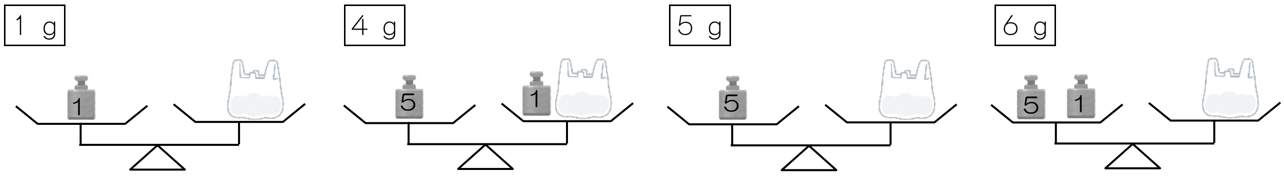
受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

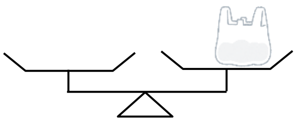
最難関問題

おもり・てんびん・Ｎ進法

　てんびんとおもりを用いて，重さをはかります。おもりはてんびんの両側に置くこともできるので，１ｇと５ｇのおもりがあると，下のように１ｇ，４ｇ，５ｇ，６ｇの重さをはかることができます。

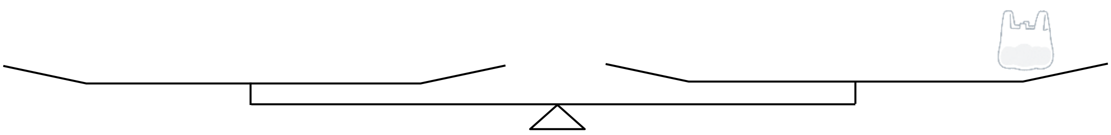


（１）１，３，９ｇのおもりが１個ずつあります。
　①　７ｇの重さをはかる場合，おもりをどのように置きますか。下の図にかきこみなさい。



　②　これらのおもりではかることができない，グラムの単位で整数の重さを答えなさい。たとえば上の例の場合は，「２ｇ，３ｇ，７ｇ以上」と答えます。

（２）１，９，８１，７２９，…のように，グラムの単位において，９をいくつかかけあわせた整数の重さのおもりが，どのおもりもたくさんあります。
　①　できるだけ少ない個数のおもりで４５６ｇの重さをはかる場合，おもりをどのように置きますか。下の図にかきこみなさい。



　②　これらのおもりはそれぞれ何個あれば，グラムの単位で整数の重さを余すことなくはかることができますか。最も少ない個数を答えなさい。

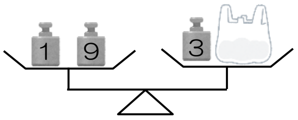
最難関問題

（３）８１ｇのおもりが１個と，１，３，９ｇのおもりがそれぞれ何個かあります。少なくともそれぞれ何個あれば，グラムの単位で８１までの整数の重さを余すことなくはかることができますか。

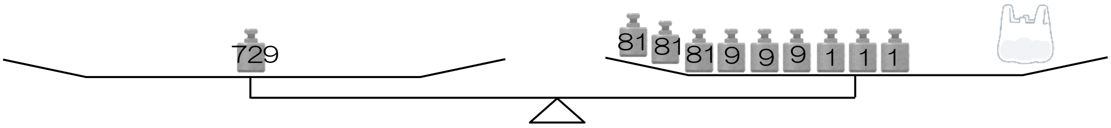
（４）１，２，６，２４，１２０，７２０，…のように，グラムの単位において，あるきまりにしたがった整数の列の重さを持つおもりがそれぞれ何個かあります。これらのおもりはそれぞれ何個あれば，グラムの単位で整数の重さを余すことなくはかることができますか。最も少ない個数を答えなさい。

最難関問題

おもり・てんびん・N進法

（１）① 

②１４ｇ以上

（２）① 

②どのおもりも４個ずつ

（３）１ｇ…１個，３ｇ…１個，９ｇ…４個　　（４）解説参照

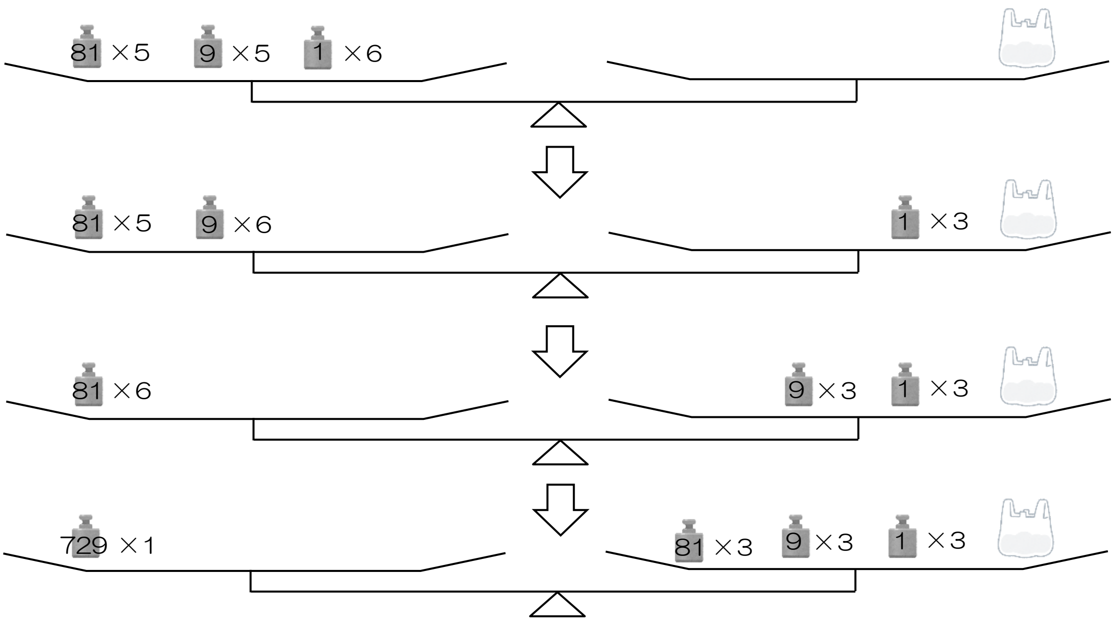
（１）

①　解説省略

②　調べていくと，１＋３＋９＝１３（ｇ）までの重さはすべてはかることができます。よって，「１４ｇ以上」が答えとなります。

（２）

①　４５６を９進法で表すと，４５６＝８１×５＋９×５＋１×６より，５５６になります。よって，てんびんの左側に８１ｇのおもりを５個，９ｇのおもりを５個，１ｇのおもりを６個置いた状態から，以下のように考えていきます。



最難関問題

②　９ｇ以下の重さを考えると，

１×１＝１

１×２＝２

１×３＝３

１×４＝４

９×１－１×４＝５

９×１－１×３＝６

９×１－１×２＝７

９×１－１×１＝８

９×１＝９

となって，１ｇのおもりが４個必要です。１０ｇ以上１８ｇ以下の重さは，以上の式に９×１を加えることで作ることができます。同様にして２７ｇ以下，３６ｇ以下の重さも作ることができ，ここまでで１ｇのおもりと９ｇの重りが４個ずつ必要です。また，

９×４＋１×１＝３７

９×４＋１×２＝３８

９×４＋１×３＝３９

９×４＋１×４＝４０

となるので４０ｇまでの重さを作ることができます。４１ｇの重さは，

８１×１－（９×４＋１×４）＝４１で作ることができます。

こうして，それぞれのおもりが４個ずつあれば，グラムの単位で整数の重さを余すことなくはかることができます。

最難関問題

（３）

１ｇ１個，３ｇ１個

１～４ｇ

１ｇ１個，３ｇ１個，９ｇ１個

９－４＝５（ｇ）～９＋４＝１３（ｇ）

１ｇ１個，３ｇ１個，９ｇ２個

９×２－４＝１４（ｇ）～９×２＋４＝２２（ｇ）

１ｇ１個，３ｇ１個，９ｇ３個

９×３－４＝２３（ｇ）～９×３＋４＝３１（ｇ）

１ｇ１個，３ｇ１個，９ｇ４個

９×４－４＝３２（ｇ）～９×４＋４＝４０（ｇ）

１ｇ１個，３ｇ１個，９ｇ３個，８１ｇ１個

８１×１－４０＝４１（ｇ）～８１×１＋４０＝１２１（ｇ）

となるので，１ｇのおもりが１個，３ｇのおもりが１個，９ｇのおもりが４個です。

（４）１，２，６，２４，１２０，７２０，…は前の数を２倍，３倍，４倍，５倍，６倍，…している数の列なので，位ごとに２進法，３進法，４進法，５進法，６進法，…となっていく変則的なＮ進法です。（３）では１，３，９，８１という，３進法と９進法が混ざった変則的Ｎ進法で，３進法の部分ではおもりは１個，９進法での部分では４個必要でした。これらの個数によって，１つ上のおもりの重さの「半分くらい」の重さが作れていれば，余すことなく重さを作り続けることができます。

１ｇと２ｇのおもりが１個ずつあれば１～３ｇを作ることができます。１２ｇまでを作るためには，６ｇのおもりは２個必要です。この場合，１５ｇまでの重さを作ることができるので少し無駄な感じがしますが，６ｇのおもりが１個だと９ｇまでしか作れないので，やはり２個必要です。続いて２４ｇのおもりは２個あれば，２４×２＋１２＝６０（ｇ）まで作れます。

このように，各Ｎ進法について，Ｎが偶数の場合はＮ÷２個，Ｎが奇数の場合は（Ｎ－１）÷２個の重りがあれば，もれなく重さを作っていくことができます。

よって，

「１ｇのおもりから順に１個，１個，２個，２個，３個，３個，…」

「次のおもりの重さが偶数倍の場合はその半分の個数，奇数倍の場合は半分－０.５の個数」

等が正解となります。