

最難関問題

気を遣った座り方・4

椅子が横2列に何脚か並んでいて、前後2列の椅子の数は等しくなっています。椅子に座る際は、前後左右にとなりあうすべての席に人が座っているような人がでないようにします。よって、図1の座り方は条件を満たしていますが、図2の座り方は○で囲った人について条件を満たしません。次の問いに答えなさい。

図1

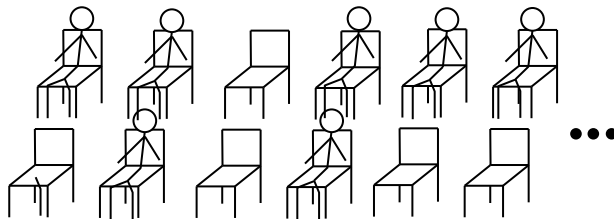
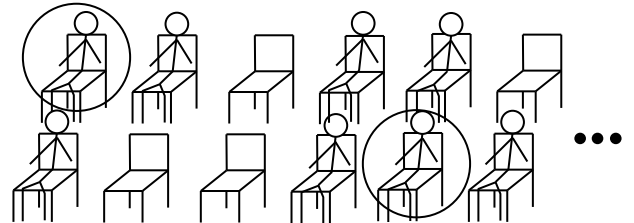
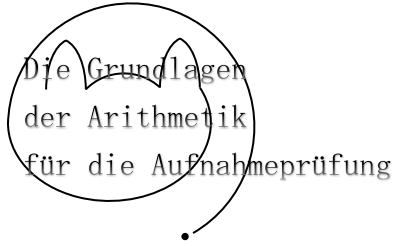


図2



- (1) 椅子が14脚並んでいます。最大で何人座ることができますか。また、そのときの椅子の選び方は何通りありますか。
- (2) 椅子が何脚か並んでいて、最大で29人座ることができます。椅子は何脚並んでいますか。また、そのときの椅子の選び方は何通りありますか。
- (3) 椅子が14脚並んでいます。最初に2人が椅子に座ったところ、(1)で求めた人数が座ることは不可能になりました。2人の座る椅子の選び方は何通りありますか。
- (4) 椅子が202脚並んでいます。最初に2人が椅子に座ったところ、最大の人数が座ることは不可能になりました。2人の座る椅子の選び方は何通りありますか。



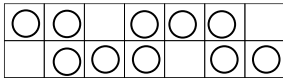
最難関問題

気を遣った座り方・4

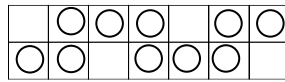
- (1) 10人, 2通り (2) 40脚, 12通り (3) 16通り (4) 2601通り

(1) 図①, ②の2通りが10人で最大です。

図①



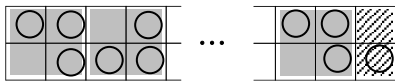
図②



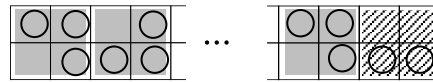
(2) (1) の14脚の場合, 前後2脚の椅子が, $14 \div 2 = 7$ (組) あります。このように椅子が奇数組ある場合の人数が最大となる座り方では, 図③のように2組ごとに3人が座り, 最後に余る1組には1人座ります。よって, 最大の人数は(3の倍数+1)となります。

それに対して椅子が偶数組ある場合の人数が最大となる座り方では, 図④のように2組ごとに3人が座り, 最後の2組には2人座ります。よって, 最大の人数は(3の倍数+2)となります。

図③

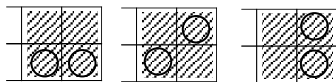


図④



29は(3の倍数+2)ですから, 椅子は偶数組であり, $(29 - 2) \div 3 \times 2 + 2 = 20$ (組) です。よって, $2 \times 20 = 40$ (脚) です。また, 29人の座り方は, 図④の影をつけた部分の前後を入れかえて2通り, 斜線部分は図⑤の3通り, さらに全体を左右に裏返して2通りなので, $2 \times 3 \times 2 = 12$ (通り) です。

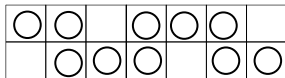
図⑤



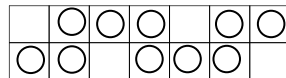
最難関問題

(3) (1) の図①, ②のどちらにも当てはまらないような, 2脚の椅子の配置を考えます。まずは, 図⑥の斜線で示した前後2脚の椅子に2人が座る場合の4通りがあります。

図①



図②

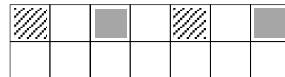


図⑥

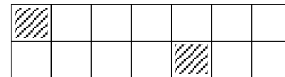


また, 図⑦において1人が斜線部分, もう1人が影をつけた部分に座る場合の, $2 \times 2 = 4$ (通り) については, 前列と後列を入れかえた場合もあるので, $4 \times 2 = 8$ (通り) です。図⑧の斜めの2脚の椅子に座る場合は, 前後左右にひっくり返して4通りです。

図⑦



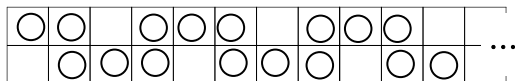
図⑧



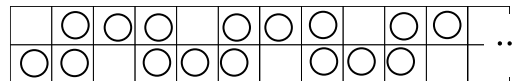
以上より, $4 + 8 + 4 = 16$ (通り) です。

(4) 202脚の場合, 前後2脚の椅子が, $202 \div 2 = 101$ (組) あるので, 奇数組ですから, (3) の14脚の場合と同様に考えることができ, 最大の人数が座る椅子の配置は図⑨, ⑩のようになります。

図⑨

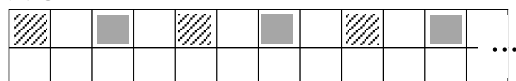


図⑩



(3) の図⑦のように, 2人とも後列か前列の椅子に座る場合は, 1人が図⑩の斜線部分のいずれかの椅子に座り, もう1人が影をつけたいずれかの椅子に座ると, 最大の人数が座ることは不可能になります。 $101 \div 4 = 25$ 余り 1 より, 斜線部分の椅子は $25 + 1 = 26$ (脚), 影をつけた部分の椅子は 25脚あるので, $26 \times 25 = 650$ (通り), 前列の場合も同様なので, $650 \times 2 = 1300$ (通り) です。

図⑪





最難関問題

次に、(3) の図⑥と⑧の場合、つまり 1 人が後列、もう 1 人が前列に座る場合をまとめて考えます。2 人が斜線部分の後列と前列の椅子に座る場合と、影をつけた部分の後列と前列の椅子に座る場合に、最大の人数が座ることは不可能になります。よって、斜線部分の場合は $26 \times 26 = 676$ (通り)、影をつけた部分の場合は $25 \times 25 = 625$ (通り) なので、あわせて $676 + 625 = 1301$ (通り) です。

図⑫



以上より、 $1300 + 1301 = 2601$ (通り) です。