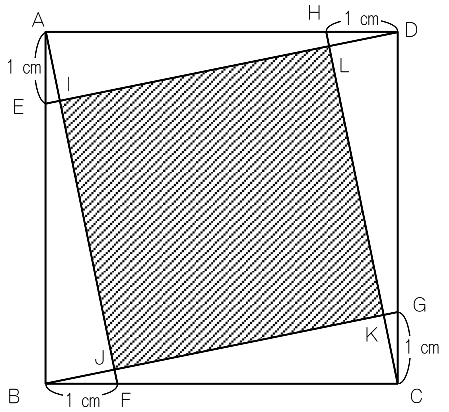
受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

# 最難関問題

正方形内部の正方形の面積

１辺の長さがcmの単位で２以上の整数である正方形ＡＢＣＤの辺上の，各頂点から１cm離れた点Ｅ，Ｆ，Ｇ，Ｈと頂点を下の図のように結ぶと，中央に正方形ＩＪＫＬができます。




（１）正方形ＡＢＣＤの１辺の長さが２cm，３cm，４cmのときの，正方形ＩＪＫＬの面積をそれぞれ求めなさい。

（２）正方形ＩＪＫＬの面積が，正方形ＡＢＣＤの面積の$\frac{50}{61}$倍になるとき，正方形ＡＢＣＤの１辺の長さを求めなさい。

（３）正方形ＩＪＫＬの面積が，正方形ＡＢＣＤの面積の$\frac{39}{40}$倍以上になるとき，正方形ＡＢＣＤの１辺の長さは最も短くて何cmですか。

受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

# 最難関問題

正方形内部の正方形の面積

（１）$\dfrac{4}{5}$cm²，３$\dfrac{3}{5}$cm²，８$\dfrac{8}{17}$cm²　（２）１１cm　（３）８０cm

（１）解説省略

（２）（１）につづいて正方形ＡＢＣＤの１辺の長さが２cm～７cmの場合に，正方形ＩＪＫＬの面積が正方形ＡＢＣＤの面積の何倍になっているかを調べると，次のようになります。

| １辺 | ２cm | ３cm | ４cm | ５cm | ６cm | ７cm | … |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 面積 | $\dfrac{1}{5}$倍 | $\dfrac{4}{10}$倍 | $\dfrac{9}{17}$倍 | $\dfrac{16}{26}$倍 | $\dfrac{25}{37}$倍 | $\dfrac{36}{50}$倍 | … |

分子が平方数である点が目を引きます。仕組みを考えると，次のようになります。正方形の１辺の長さをａcmとすると，図①のような１：（ａ－１）の長さの比が成り立ちます。正方形ＩＪＫＬと直角三角形ＢＣＫの面積の比は（ａ－１）×（ａ－１）：$\dfrac{a}{2}$なので，正方形ＩＪＫＬと正方形ＡＢＣＤの面積の比は，

（ａ－１）×（ａ－１）：（ａ－１）×（ａ－１）＋$\dfrac{a}{2}$×４

＝（ａ－１）×（ａ－１）：（ａ－１）×（ａ－１）＋２×ａとなります。

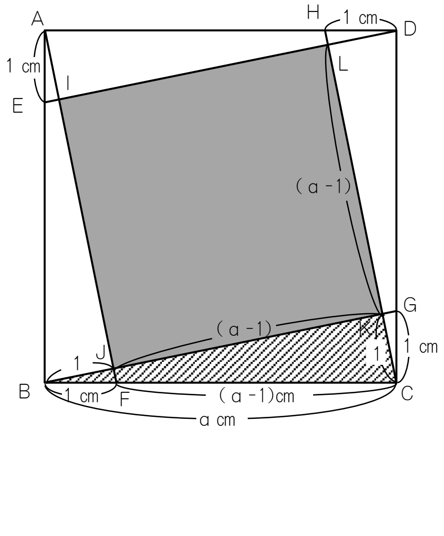
ａ＝２なら，（２－１）×（２－１）：（２－１）×（２－１）＋２×２＝１：５，

ａ＝３なら，（３－１）×（３－１）：（３－１）×（３－１）＋２×３＝４：１０，

ａ＝４なら，（４－１）×（４－１）：（４－１）×（４－１）＋２×４＝９：１７，です。

$\dfrac{50}{61}=\dfrac{100}{122}$より，$\dfrac{100}{122}=\dfrac{10\times10}{100+2\times11}$となるのはａ＝１１の場合なので，１１cmです。

図①



# 最難関問題

（３）（ａ－１）×（ａ－１）:（ａ－１）×（ａ－１）＋２×ａの比の差の２×ａが（ａ－１）×（ａ－１）

の$\frac{1}{39}$以下になればよいので，

（ａ－１）×（ａ－１）≧３９×２×ａ＝７８×ａ，

ａ＝７９のときに，７８×７８＜７８×７９，

ａ＝８０のときに，７９×７９＞７８×８０となるので，８０㎝です。