

最難関問題

あいこをストックするじゃんけんゲーム (C)

A君とB君が次のルールでじゃんけんゲームをします。

- グーは1点, チョキは2点, パーは3点で, 勝つとその点数が得点になります。
- あいこのときは, 出した手の点数はストックされ, 勝ったときに得点になります。
- あいこでゲームが終わることはありません。

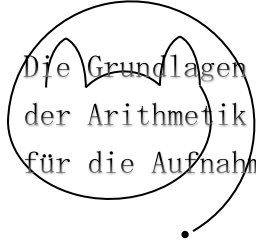
例えば下の場合,

2回目にA君がグーで勝って, あいこの分も含めて $2 + 1 = 3$ (点) 入り,
 3回目にB君がパーで勝って, あいこの分も含めて $2 + 3 = 5$ (点) 入り,
 6回目にA君がパーで勝って, あいこの分も含めて $1 + 1 + 3 = 5$ (点) 入るので, A君の得点は8点,
 B君の得点は5点です。下の表では, 得点になったところに影をつけています。

| | 1回目 | 2回目 | 3回目 | 4回目 | 5回目 | 6回目 | 得点 |
|----|------|------|-----|-----|-----|-----|----|
| A君 | チョコキ | グー | グー | グー | グー | パー | 8点 |
| B君 | チョコキ | チョコキ | パー | グー | グー | グー | 5点 |

2人が100回じゃんけんをしてゲームが終わりました。次の問いに答えなさい。

- (1) 2人の合計点は最大で何点ですか。
- (2) 2人の合計点が(1)の答えよりも2点小さくなりました。2人の手の出し方として考えられるものは何通りありますか。
- (3) 2人の合計点が(1)の答えよりも4点小さくなりました。2人の手の出し方として考えられるものは何通りありますか。



最難関問題

あいこをストックするじゃんけんゲーム (C)

(1) 594点 (2) 202通り (3) 10316通り

以下では、グーを1, チョキを2, パーを3という点数で表し、勝ちを○, あいこを△で表します。また, これらを組みあわせて, グーの勝ちを①, グーのあいこを△, のように表します。

(1) 次の場合の, $6 \times 98 + 3 \times 2 = 594$ (点) です。

| | | | | | | |
|---|---|---|-----|---|---|---|
| A | △ | △ | ... | △ | ③ | |
| B | △ | △ | ... | △ | | ③ |

(2) 次のように, $98 \times 2 + 4 + 2 = 202$ (通り) です。

| | | | | | | |
|---|---|---|-----|---|---|---|
| A | △ | △ | ... | △ | ③ | |
| B | △ | △ | ... | △ | | ③ |

↑ ↑ ... ↑
1か所が△△になる。

} AとBを入れかえて
(98×2)通り

| | | | | | | |
|---|---|---|-----|---|---|---|
| A | △ | △ | ... | △ | ① | |
| B | △ | △ | ... | △ | | ③ |

} AとB, ①と③を入れかえて
4通り

| | | | | | | |
|---|---|---|-----|---|---|---|
| A | △ | △ | ... | △ | ② | |
| B | △ | △ | ... | △ | | ② |

} AとBを入れかえて
2通り

最難関問題

(3) 1回目からあいこが98回続く場合は、次のようになります。

| | | | | | | |
|---|---|---|-----|---|---|---|
| A | △ | △ | ... | △ | ③ | |
| B | △ | △ | ... | △ | | ③ |

↑ ↑ ... ↑
1か所が△△になる。

} AとBを入れかえて
(98 × 2) 通り

| | | | | | | |
|---|---|---|-----|---|---|---|
| A | △ | △ | ... | △ | ③ | |
| B | △ | △ | ... | △ | | ③ |

↑ ↑ ... ↑
2か所が△△になる。

} AとBを入れかえて
98 × 97 ÷ 2 × 2
= (98 × 97) 通り

| | | | | | | |
|---|---|---|-----|---|---|---|
| A | △ | △ | ... | △ | ア | |
| B | △ | △ | ... | △ | | イ |

↑ ↑ ... ↑
1か所が△△になる。

} (ア, イ) = (①, ③), (③, ①), (②, ②) の3通り
AとBを入れかえて,
98 × 3 × 2 = (98 × 6) 通り

| | | | | | | |
|---|---|---|-----|---|---|---|
| A | △ | △ | ... | △ | ① | |
| B | △ | △ | ... | △ | | ① |

} AとBを入れかえて
2通り

1回目からあいこが97回続く場合は、

| | | | | | | | |
|---|---|---|-----|---|--|--|--|
| A | △ | △ | ... | △ | | | |
| B | △ | △ | ... | △ | | | |

残りの3回で2人とも1回ずつは勝って97回分のあいこの点数を得点にしつつ、(1)で求めた594点のときには最後の3回で12点取ることから、 $12 - 4 = 8$ (点)を新たにとる必要があります。98回目と100回目はあいこではないので、99回目のみ、あいこになることができます。よって、最後の3回では8点 = 2点 + 3点 + 3点を別個にとることになります。

(98回目, 99回目, 100回目)について、

(②, ③, ③) ... A君かB君の一方が3回とも勝つことはないので、 $2 \times 2 \times 2 - 2 = 6$ (通り)

(③, ②, ③) ... 6通り (③, ③, ②) ... 6通り

(②, △, ③) ... A君かB君の一方が②, 他方が△, ③なので、2通り

(③, △, ③) ... 2通り (③, △, ②) ... 2通り

となるので、 $6 \times 3 + 2 \times 3 = 24$ (通り)です。

以上より、 $98 \times (2 + 97 + 6) + 2 + 24 = 10316$ (通り)です。