

1001と100001の公倍数100...001

1001と100001の公倍数で、100...001のように、一番上の位と一の位の数で1で残りの位
の数が0である整数を考えます。

(1) このような数のうちで、最も小さい数は何けたの整数ですか。

(2) このような数のうちで、桁数が1000桁に最も近い数は何桁の整数ですか。

1001と100001の公倍数100...001 (1) 16桁 (2) 1006桁

(1) 100001 の倍数で一番上の位と一の位の数 が 1 で残りの位の数 が 0 である整数の 2 番目は、次のように、 $100001 \times 9999900001 = 10000000000000001$ という 16 桁の整数になります。

[illegible]

1001の倍数で一番上の位と一の位の数に1で残りの位が0である整数は $4 + 6 \times \square$ 桁なので、16桁が条件を満たす最小です。

(2)(1)の筆算を続けると次のようになります。

[illegible]

以降も同様にして、9999900000を何回か繰り返して最後に9999900001で終わる整数を100001にかけると、一番上の位と一の位の数で1で残りの位の数で0である整数になります。100001が6桁で、以降は間の0が10個ずつ増えていきます。1001の場合は0が6個ずつ増えるので、10と6の最小公倍数より、(1)で求めた16桁の数から、間の0が30個増えるごとに公倍数になります。1000桁に最も近いのは、 $16 + 30 \times 33 = 1006$ (桁) です。