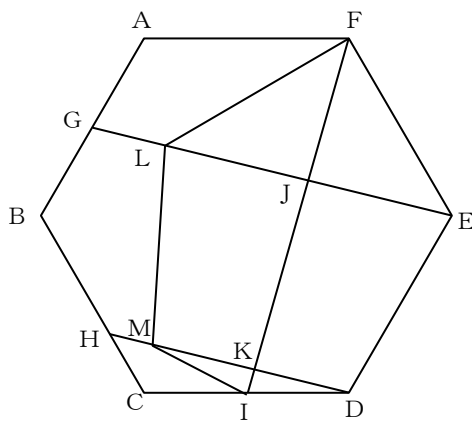


最難関問題

正六角形と線分比・面積比

図の正六角形 $ABCDEF$ は面積が 24 cm^2 で、点 G, I は辺の中点です。また、 GE と HD は平行です。
 FI と GE, HD の交点をそれぞれ点 J, K とし、 $EJ = LJ, DK = MK$ となるように点 L, M を GE, HD 上にとるとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 三角形 ALF と三角形 MCI の面積の比を求めなさい。
- (2) 三角形 BLM の面積を求めなさい。

最難関問題

正六角形と線分比・面積比 (1) 9 : 2 (2) $2\frac{2}{3}\text{cm}^2$

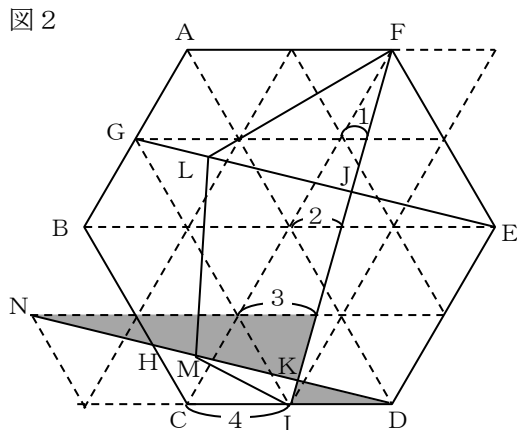
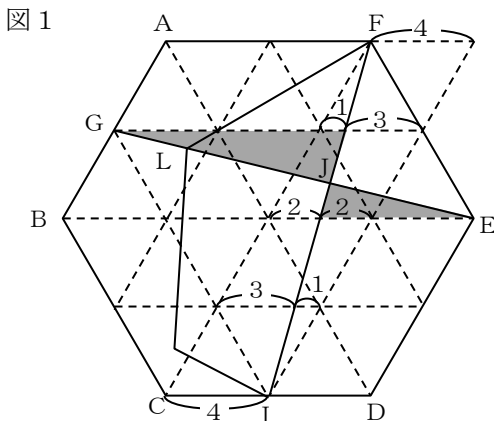
(1) 正六角形の1辺の長さを8とします。すると、図1の長さが成り立ちます。影をつけた三角形は $(4 + 4 + 1) : (2 + 4) = 3 : 2$ の相似ですから、 $GJ : JE = 3 : 2$ です。 $EJ = LJ$ より、 $GL : LJ : JE = (3 - 2) : 2 : 2 = 1 : 2 : 2$ です。

正三角形の1マスは 1cm^2 ですから、それと三角形 AFI を比べます。 AF を底辺とすると、底辺の長さは2倍です。高さは、 $1 + \frac{1}{1 + 2 + 2} = 1.2$ (倍) ですから、面積は $1\text{cm}^2 \times 2 \times 1.2 = 2.4$ (cm^2) です。

次に、図2のように HD をのばし、マス目の正三角形の頂点と重なる点を N とします。影をつけた三角形は $(4 + 4 + 3) : 4 = 11 : 4$ の相似ですから、 $NK : KD = 11 : 4$ です。また、 $DK = MK$ ですから、 $NM : MK : KD = (11 - 4) : 4 : 4 = 7 : 4 : 4$ です。よって、三角形 MCI は、辺 CI を底辺とすると、マス目の正三角形に対して底辺は1倍、高さは $\frac{4 + 4}{7 + 4 + 4} = \frac{8}{15}$ (倍) ですから、

面積は $1\text{cm}^2 \times 1 \times \frac{8}{15} = \frac{8}{15}$ (cm^2) です。

以上より、三角形 AFI と MCI の面積の比は、 $2.4 : \frac{8}{15} = 9 : 2$ です。



最難関問題

(2) 図3のように四角形FED Iを、影をつけた四角形と斜線部分の三角形に分けると、影をつけた四角形の面積は 5 cm^2 、斜線部分の三角形は $6 \div 2 = 3\text{ (cm}^2\text{)}$ ですから、あわせて $5 + 3 = 8\text{ (cm}^2\text{)}$ です。EJ = LJ, DK = MKより、三角形EJFと三角形LJF, 台形EJKDと台形LJMK, 三角形DKIと三角形MKIの面積はそれぞれ等しくなります。よって、四角形FLMIの面積は 8 cm^2 です。(なお、FIはGE, HDと直交しないので、四角形FED IをFIを折り目に折り返しても四角形FLMIとは重なりません。)

ここまでできた面積を書きこむと、図4のようになります。よって、三角形ABLと三角形BCMの面積を求めれば、三角形BLMの面積も求められます。

図3

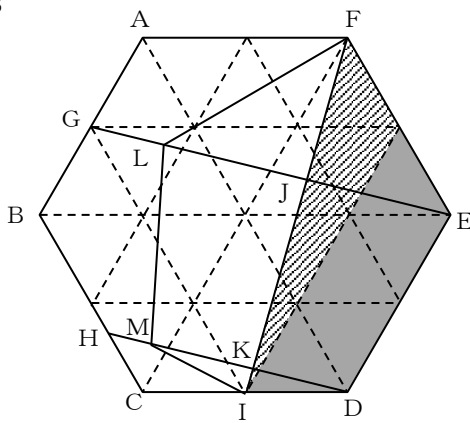
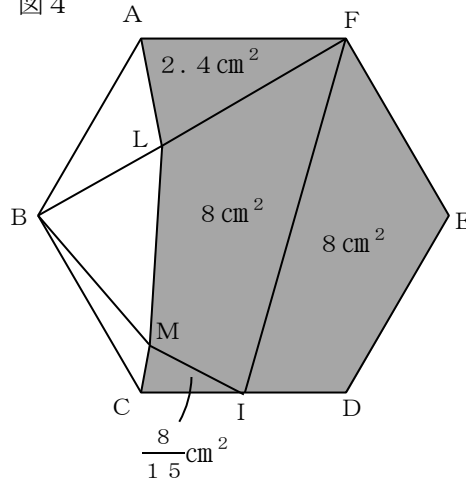


図4



最難関問題

図5において、 $GL : LE = 1 : 4$ です。よって、三角形ABLは辺ABを底辺とすると、底辺はマス目の正三角形の2倍、高さは $4 \times \frac{1}{1+2+2} = 0.8$ (倍) ですから、面積は $1 \text{ cm}^2 \times 2 \times 0.8 = 1.6$ (cm^2) です。

図6において、 $NM : MD = 7 : 8$ でしたから、NDの長さを $7 + 8 = 15$ とします。NDは●によって $15 \div 3 = 5$ の長さに3等分されるので、HMの長さは $7 - 5 = 2$ となります。三角形BCMは辺BCを底辺とすると、底辺はマス目の正三角形の2倍、高さは $\frac{2}{5}$ (倍) ですから、面積は $1 \text{ cm}^2 \times 2 \times \frac{2}{5} = 0.8$ (cm^2) です。

図5

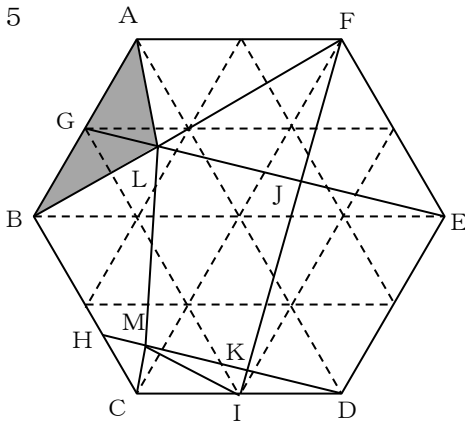
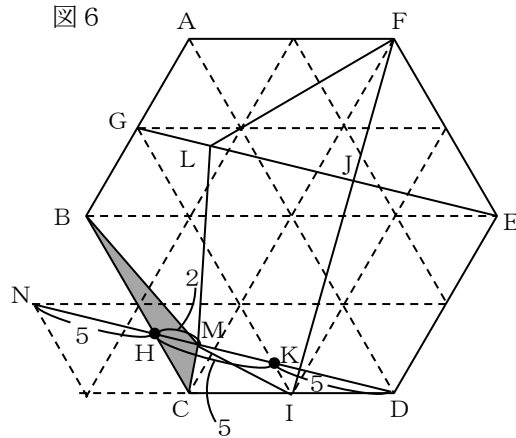


図6



以上より、三角形BLMの面積は、 $24 - (8 \times 2 + 2.4 + \frac{8}{15} + 1.6 + 0.8) = 2\frac{2}{3}$ (cm^2) です。