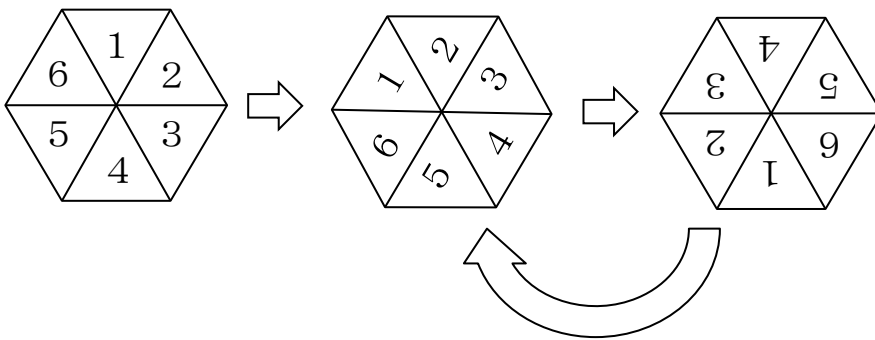


最難関問題

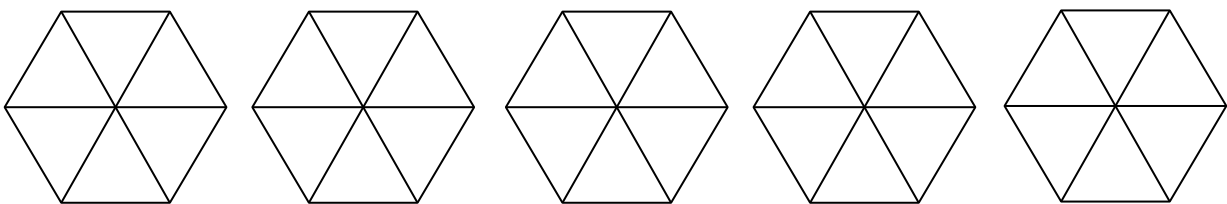
回転する正六角形

正六角形を6個の正三角形に区切って、数字を1つずつ書きます。そして、一番上の正三角形に書いてある数字の回数分、反時計回りに正六角形を60度回転させます。例えば時計回りに1, 2, 3, 4, 5, 6と数字を書いた場合、図のようになります。



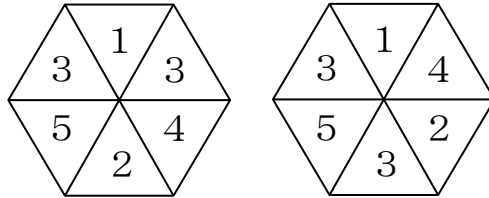
この場合、一番上の正三角形に書いてある数字は1, 2, 4, 2, 4, 2, ...となります。

1~6より5つの数字を選び、1つの数字のみ2度書いて、全ての正三角形が何回も一番上にくるようにします。考えられるものを、すべて書きなさい。なお、回転させて数字の並びが同じになるものは1つしか書いてはいけません。



最難関問題

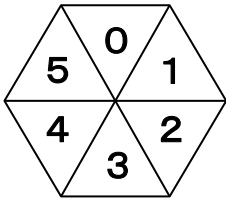
回転する正六角形



回転させて同じになる
ものも正解

まずは、どの数字を使うべきか考えましょう。6を使うと、ひとたび6が書いてある正三角形が上に来ると、それ以降はずっとその正三角形が一番上になってしまいます。よって、使わない数字は6です。次に、どの数字を2回使うかを考えます。すべての正三角形が一番上に来たとえで最初の正三角形が一番上にくれば、全ての正三角形が何回も一番上に来ることになります。そのためには、書いてある数字の和が6の倍数でなければなりません。1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 ですから、条件を満たすのは 15 + 3 = 18 のみです。よって、2回使う数字は3です。

後は調べていけばよいのですが、正六角形をたくさんかくのは大変なので、÷6の余りに注目しましょう。正六角形は反時計回りに回転するので、図のように÷6の余りを正三角形に割り当てます。



最初に上にある正三角形、つまり0の正三角形に書く数字はどれでもよいのですが、わかりやすさのために1を書くことにしましょう。よって、0の正三角形の次に上にくるのは1の正三角形です。このことを次のように表します。

$$0 \xrightarrow[1]{\quad} 1$$

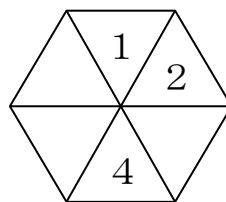
次に、1の正三角形に書く数字を考えましょう。例えば2を書くと次のようになります。

$$0 \xrightarrow[1]{\quad} 1 \xrightarrow[2]{\quad} 3$$

こうして、3の正三角形が上にきます。ここで3の正三角形に4を書くと、3 + 4 = 7, 7 ÷ 6 = 1 余り 1 より、次のようになって条件を満たしません。

$$0 \xrightarrow[1]{\quad} 1 \xrightarrow[2]{\quad} 3 \xrightarrow[4]{\quad} 1$$

これを正六角形で表すと、右のようになります。



最難関問題

以上の方法で調べていくと、条件を満たすのは下の2つの場合です。

