

最難関問題

正方形・正八角形の敷きつめと正方形の面積・1

辺の長さが等しい正方形と正八角形で平面を敷きつめ、これらの頂点を4個結んで正方形を作図します。必要であれば3枚目の紙を使って、以下の問いに答えなさい。

(1) 図1, 2の正方形の面積は、正八角形何個と正方形何個の合計に等しいか、答えなさい。

図1

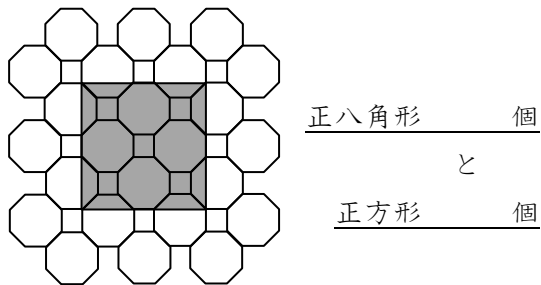
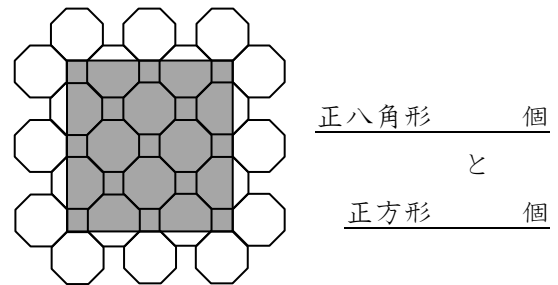
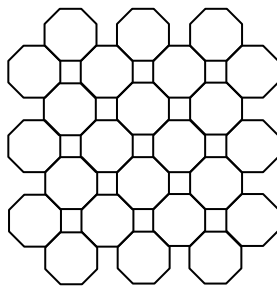


図2

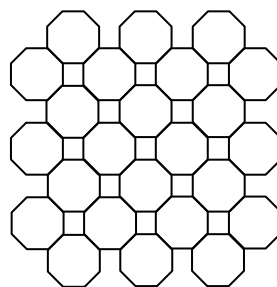


(2) 次の①, ②と等しい面積をもつ正方形を作図しなさい。

① 正八角形8個と正方形8個の合計

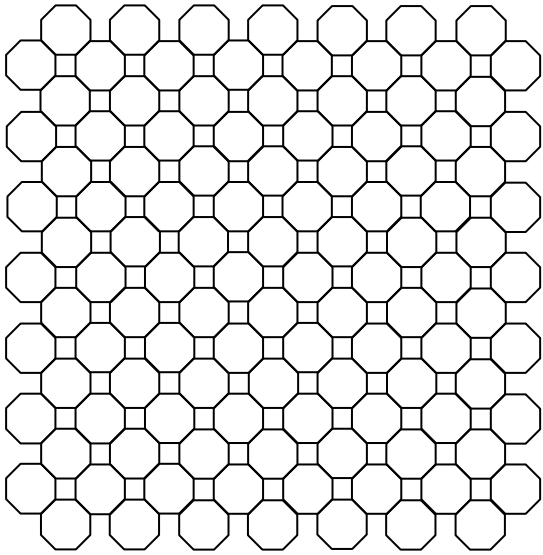


② 正八角形4個と正方形4個の合計

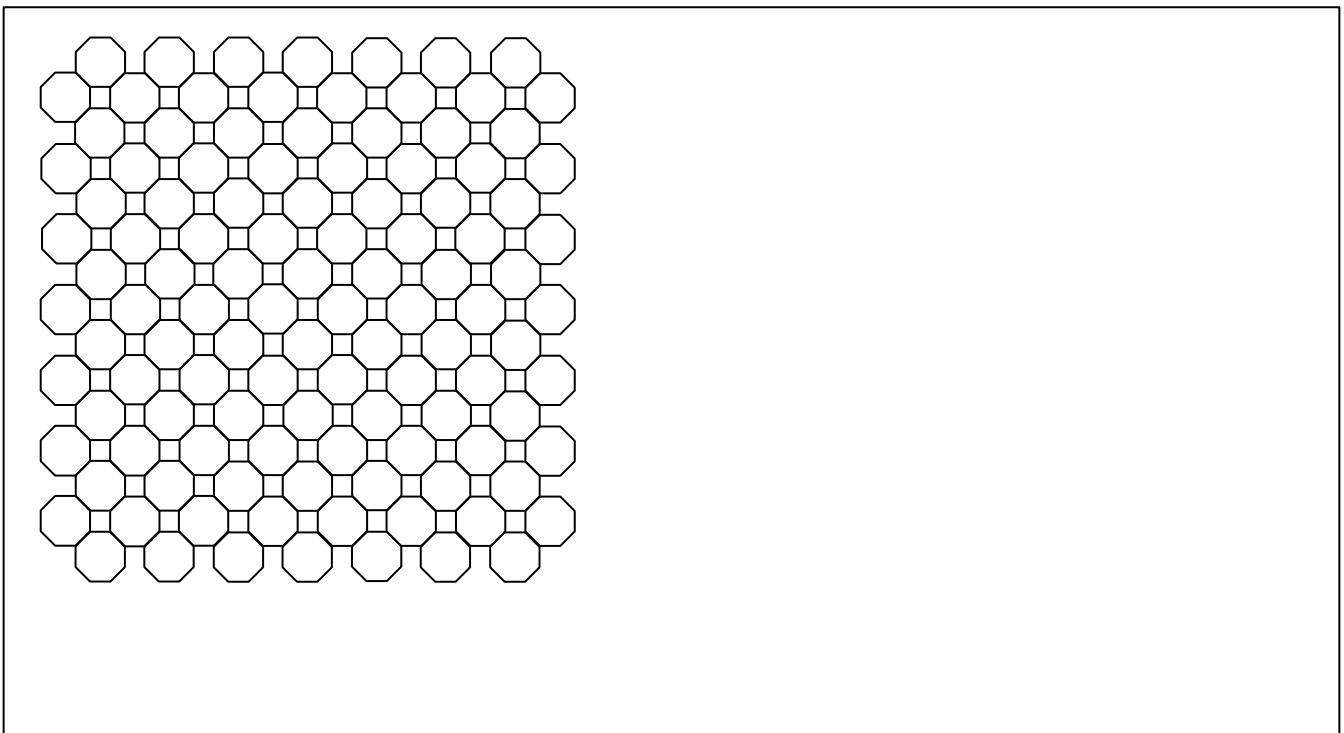
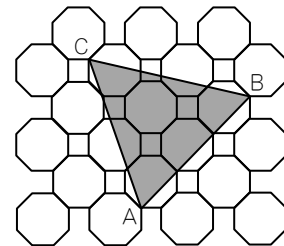


最難関問題

(3) 正八角形50個と正方形50個の合計と等しい面積をもつ正方形を作図しなさい。

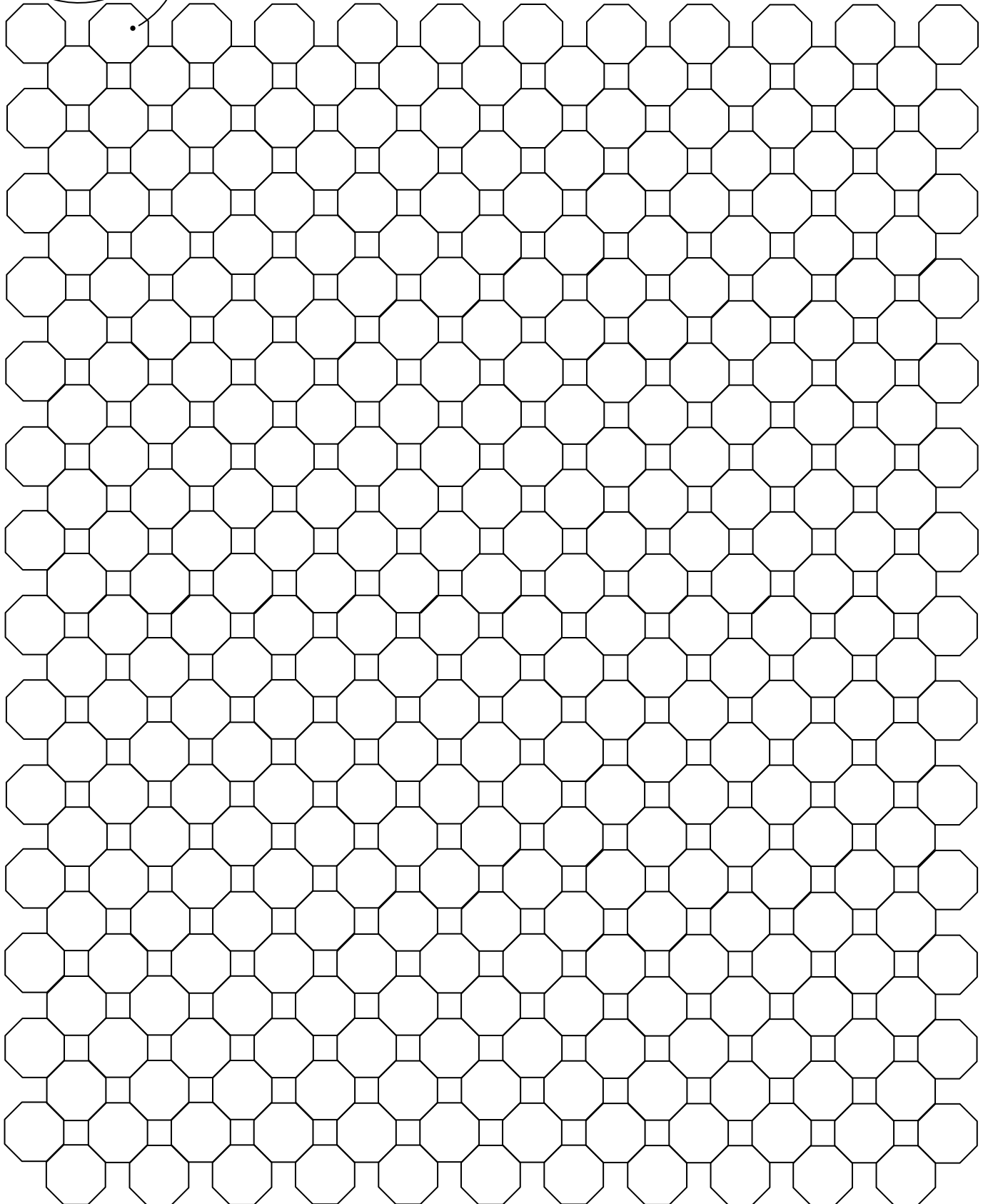


(4) 右図の三角形ABCが $AB = AC$ の二等辺三角形である理由を説明しなさい。



Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題



最難関問題

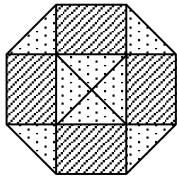
正方形・正八角形の敷きつめと正方形・1

(1) 図1…正八角形6個と正方形5個, 図2…正八角形10個と正方形13個 (2)(3) 解説参照

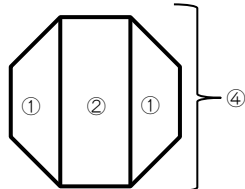
(1) 図①のように, 正八角形はあみ目の直角二等辺三角形8個と斜線の長方形4個に分割できます。よって, 正八角形の面積を④とすると, 対角線によって面積は図②のように分けることができます。

図1は図③のように正八角形が $(1 \times 8 + 4 \times 4) \div 4 = 6$ (個) と正方形が5個の合計と等しい面積です。図2は図④のように正八角形が $(3 \times 8 + 4 \times 4) \div 4 = 10$ (個) と正方形が13個の合計と等しい面積です。

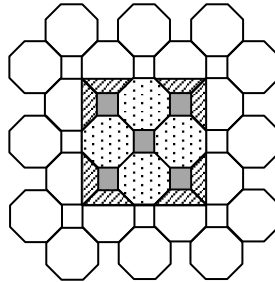
図①



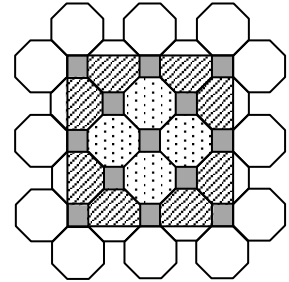
図②



図③



図④

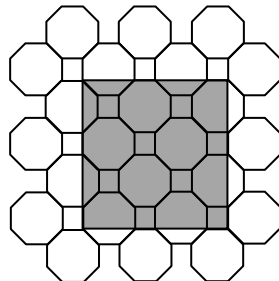
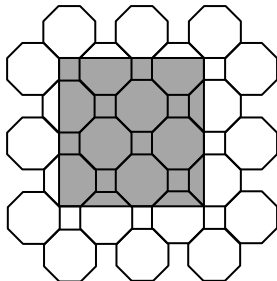


(2)

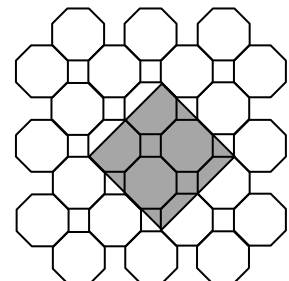
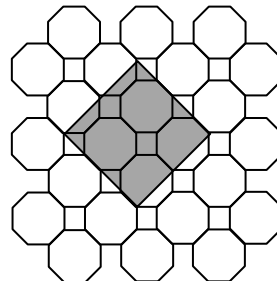
① (1) の図1と図2の間の大きさを探していくと, 図⑤のようになります。位置が異なるものもどれでも正解です。

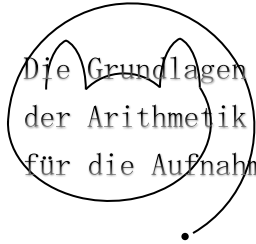
② 図⑤のちょうど半分の正方形なので, 図⑥のようになります (こちらも位置不問)。

図⑤



図⑥

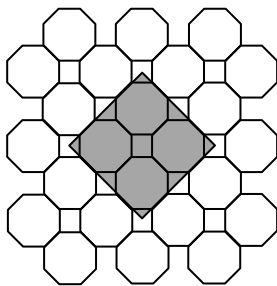




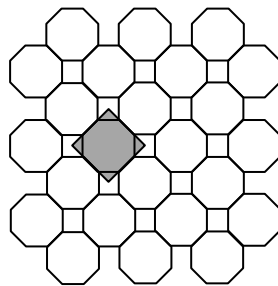
最難関問題

(3) (2) ②の正方形4個と正八角形4個が等しい平方数である点に注目します。図⑥を少しずらすと、図⑦のようになります。図⑦は図⑧の正八角形1個と正方形1個の面積を持つ四角形が $2 \times 2 = 4$ (個)並んでいるので、正八角形も正方形も4個となります。同様に、図⑨は正八角形と正方形が $3 \times 3 = 9$ (個)です。

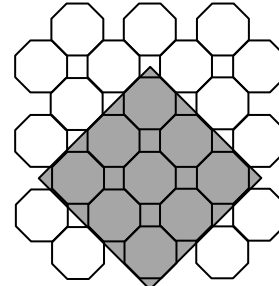
図⑦



図⑧

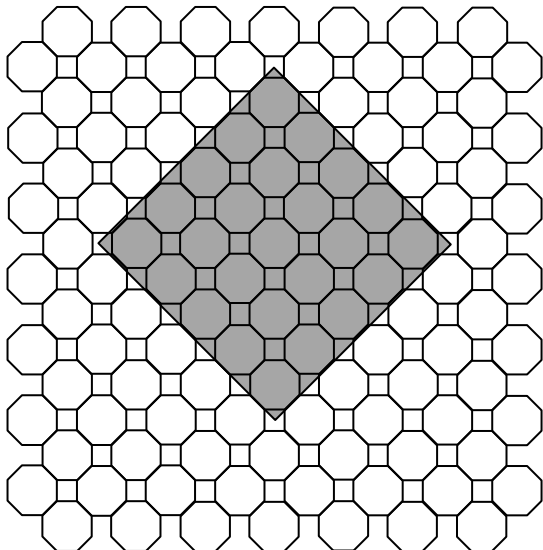


図⑨

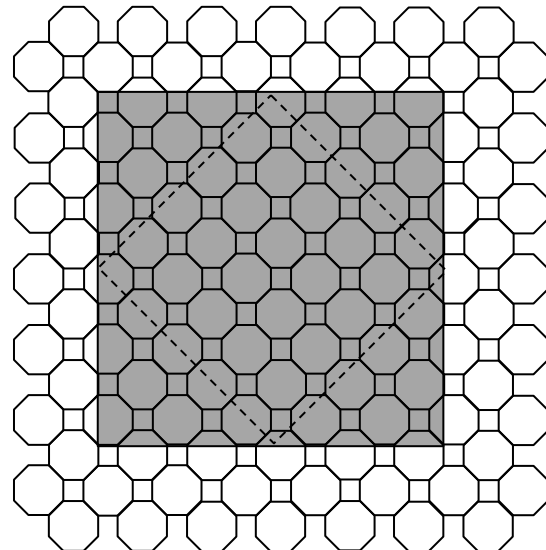


図⑩が正八角形と正方形25個の面積を持つので、ずらしたうえでその2倍になる正方形を作って、図⑪が答えとなります(位置不問)。

図⑩

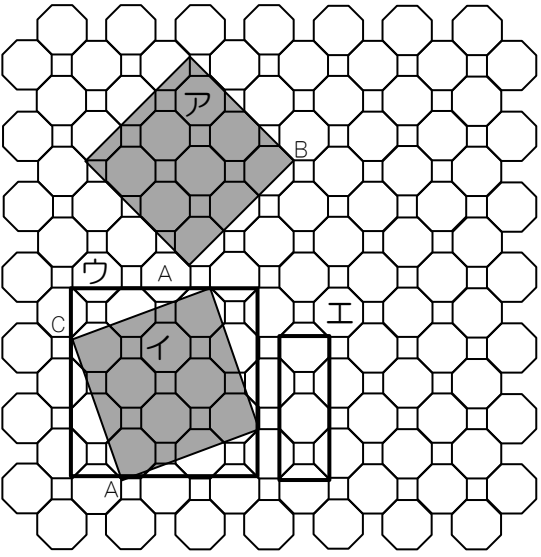


図⑪



最難関問題

(4) 解答例は以下ようになります。



ABを辺とする正方形アは、正八角形9個と正方形9個の面積

正方形ウは、正八角形15個と正方形13個の面積
まわりの三角形は2個あわせると長方形エになって
正八角形3個と正方形2個の面積なので、
ACを辺とする正方形イは、
正八角形が $15 - 3 \times 2 = 9$ (個)
正方形が $13 - 2 \times 2 = 9$ (個)

アとイの面積は等しいので、ABとACの長さも等しい