受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

らせんと回転・正三角形１

　図１のように正三角形をしきつめたマス目に，０から順に番号を振っていきます。次に，図２のように正三角形ＡＢＣを０のマス目に置き，１，２，３，…とマス目の番号順にすべることなく転がしていき，頂点Ａが通過したあとをかきます。図２では３７のマス目まで転がしたときの頂点Ａが通過したあとをかいてあります。このとき，頂点Ａの通過したあとに囲まれた区域は４つできています。

図１

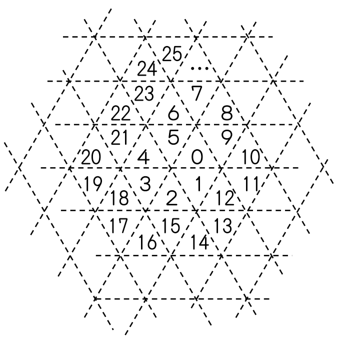
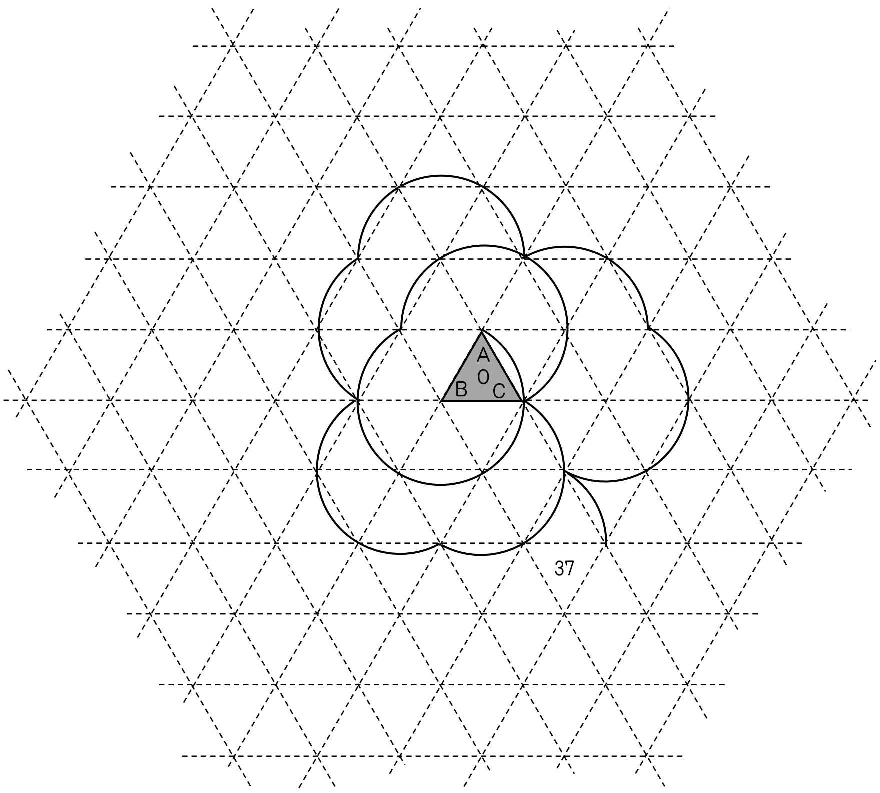


図２



（１）９６のマス目に進むまでに，頂点Ａが通過したあとによって囲まれた区域は何個できますか。

（２）頂点Ａが通過したあとによって囲まれた区域が１００個になるのは，正三角形ＡＢＣを何のマス目まで転がしたときですか。

受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

らせんと回転・正三角形１　（１）１２個　（２）６５８

（１）マス目の番号は正六角形のらせん状に並んでいます。一番小さい正六角形の内側にはマス目が６個，２番目の正六角形の内側にはマス目が（２×２）×６＝２４（個），３番目の正六角形の内側にはマス目が（３×３）×６＝５４（個），４番目の正六角形の内側にはマス目が（４×４）×６＝９６（個）並んでいますから，６，２４，５４，９６のマス目の位置と，９６のマス目までに頂点Ａがうごいたあとは図３のようになります。頂点Ａが動いたあとによって囲まれた区域を数えると，１２個です。

図３

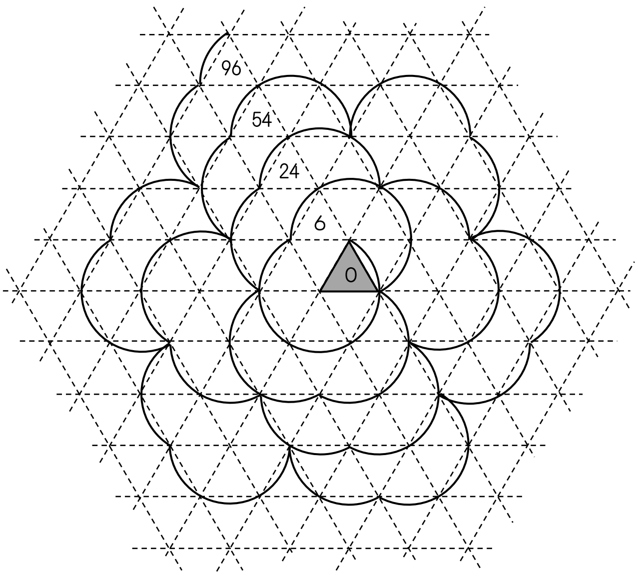
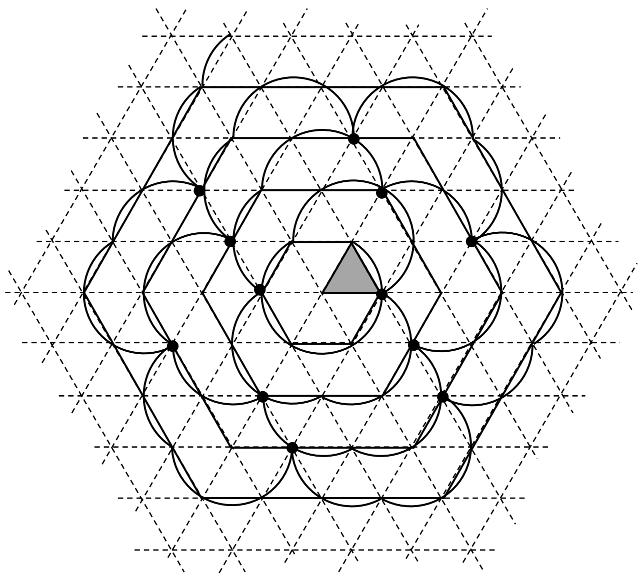


図４



（２）（１）において，頂点Ａの動いたあとが「くっついて，囲まれた区域ができた」位置に印をつけると，図４のようになります。マス目を１辺１㎝とすると，それぞれの正六角形の辺上に３㎝ごとに印はついています。よって，１番小さい正六角形から順に印の個数は以下のようになります。

正六角形(番目)	1	2	3	4	5		9	１０
辺上の印(個)	2	4	6	8	１０	…	１８	２０
印の合計(個)	2	6	１２	２０	３０	…	９０	１１０

最難関問題

９番目の正六角形の周りを正三角形ＡＢＣが１周し終えたところで印の個数＝区域の個数は９０個になりますから，１０番目の正六角形の周りを正三角形ＡＢＣが転がり始めてから１０個印がつくマス目を求めます。

図５のように，１０番目の正六角形の周りの最初のマス目は（１０×１０）×６＝６００です。マス目の１辺を１㎝とすると，２㎝進んだところで９１個目の印がつきます。以降は３㎝ごとに印がつくので，１００個目の印は２＋３×（１００－９１）＝２９（㎝）１０番目の正六角形の辺を進んだところにつきます。影をつけたマス目とあみ目のマス目の個数はどちらも２×１０＝２０（個），斜線部分のマス目は２×９＝１８（個）ですから，１００個目の印がつくのは，６００＋２０×２＋１８＝６５８のマス目です。

図５