受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

回転の中心の位置

次の問いに答えなさい。円周率は３.１４とします。

（１）図１において三角形ＡＢＣはＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形，三角形ＡＤＥはＡＤ＝ＡＥの二等辺三角形です。このとき，ア，イ，ウの部分の面積の比を求めなさい。

（２）図２の四角形ＡＢＣＤは正方形です。ＡＥを一辺とする正方形の面積を求めなさい。

図１

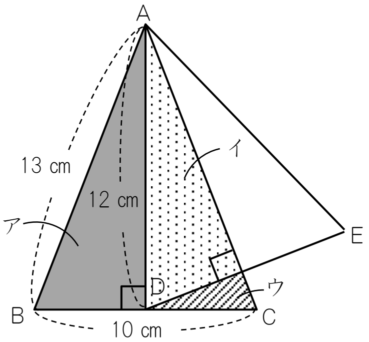
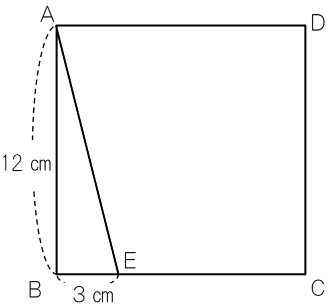
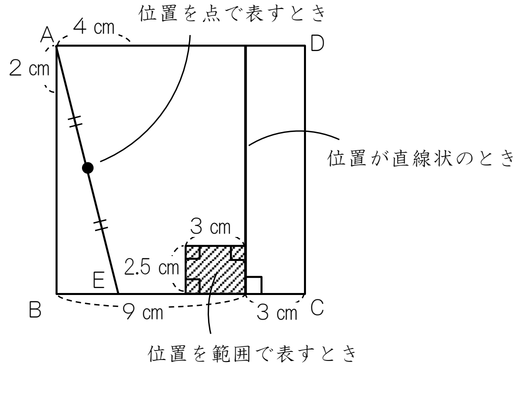


図２

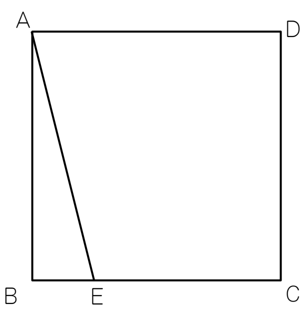


（３）図２の正方形の内部に点Ｐをとり，点Ｐを中心として正方形ＡＢＣＤを一回転させたところ，ＡＥの通過したあとの面積が２１３.５２㎠になりました。点Ｐの位置として考えられる場所を，図３の例にしたがって解答らんにかきなさい。

図３



【解答らん】

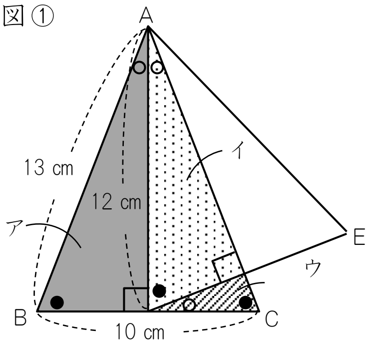


最難関問題

回転の中心の位置　（１）１６９：１４４：２５　（２）１５３㎝^{2}　（３）解説の図⑤参照

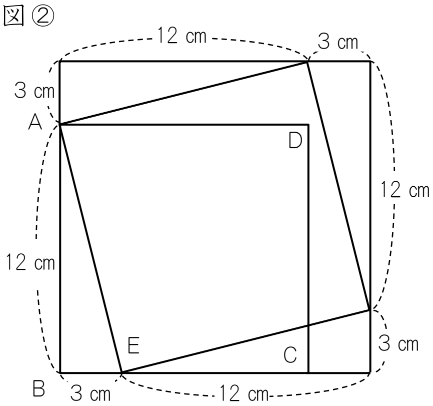
（１）図①においてア，イ，ウの部分の直角三角形の〇印，●印をつけた角の大きさは互いに等しいので，３つの直角三角形は１３：１２：５の相似形です。よって，面積の比は，（１３×１３）:（１２×１２）:（５×５）＝１６９：１４４：２５です。

図①



（２）ＡＥを一辺とする正方形は，図②のように一辺１５㎝の正方形の内部に接する形でとらえることができます。その面積は，１５×１５−（３×１２×$\frac{1}{2}$）×４＝１５３（㎝^{2}）です。

図②

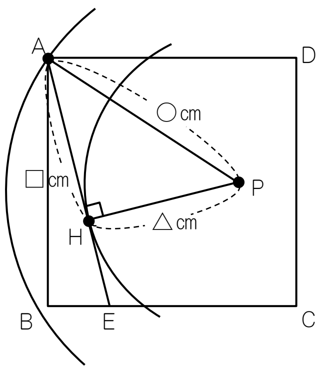


最難関問題

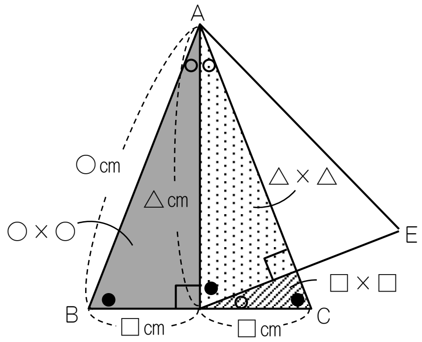
（３）図③のように点Ｐをとった場合，Ｐを中心に正方形を一回転したときにＡＥが通過した部分は，ＡＥ上で点Ｐから「最も遠い点」と「最も近い点」がえがく円周にはさまれたドーナッツ状の部分になります。最も遠い点はＡはＥのどちらかであり，図③の場合はＡです。最も近い点は点ＰからＡＥに垂直な線を引いたときにできる交点Ｈです。ここで，ＰＡ＝○cm，ＰＨ＝△cmとすると，ＡＥが通過した部分の面積は，（○×○－△×△）×３.１４となります。

　ここで，ＡＨ＝□cmとして，（１）について再度考えます。（１）からわかることは，直角三角形の場合，図④のようになって，○×○＝△×△＋□×□が成り立つということです（これを三平方の定理といいますが，中学受験において知っておく必要はありません）。よって，
（○×○－△×△）×３.１４＝□×□×３.１４となるので，□×□×３.１４＝２１３.５２より，
□×□＝２１３.５２÷３.１４＝６８です。（ＡＥ×ＡＥ）:（□×□）＝１５３：６８＝９：４より，
ＡＥ：□＝３：２ですから，ＡＨの長さはＡＥの長さの$\frac{2}{3}$倍になります。同様にして，点Ｐから最も遠い点がＥの場合には，ＥＨの長さがＡＥの長さの$\frac{2}{3}$倍になります。よって，点Ｐの位置は，図⑤の２本の直線上です。

図③



図④



図⑤