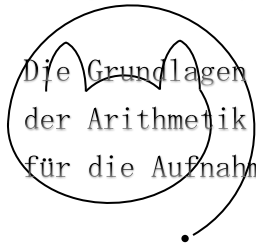


最難関問題

けた入れ替えの問題・2

1 1 2の各位の数を並びかえると、1 1 2も含めて3通りの整数、1 1 2, 1 2 1, 2 1 1ができます。また、その和は $1 1 2 + 1 2 1 + 2 1 1 = 4 4 4$ です。

4けたの整数 $a b c d$ の各位の数を、 a と b が隣^{とな}りあうように並びかえてできる整数の和が6 9 1 0 2になりました。4けたの整数 $a b c d$ として考えられるものをすべて答えなさい。ただし、 a, b, c, d は互いに異なる0以外の数で、 a より b が大きく、 c より d が大きいものとします。



最難関問題

けた入れ替えの問題・2

2937, 2946, 3819, 3846, 4719, 4728, 5619, 5628, 5637

隣りあう a b の並びを \square , c および d を \circ で表すと、並びかえは $\square\circ\circ$, $\circ\square\circ$, $\circ\circ\square$, の3つのパターンに分かれます。

a の現れ方に注目をする、 $\square\circ\circ$ においては、 $\square a \circ\circ$ が2通り、 $\square a \circ\circ$ が2通りなので、 $a \times 2200$ です。同様に、 $\circ\square\circ$ においては $a \times 220$, $\circ\circ\square$ においては $a \times 22$ となるので、あわせて $a \times 2442$ です。 b についても同様に、 $b \times 2442$ となります。

c の現れ方に注目をする、 $\square\circ\circ$ においては、 $\square c \circ$ が2通り、 $\square \circ c$ が2通りなので、 $c \times 22$ です。同様に、 $\circ\square\circ$ においては $c \times 2002$, $\circ\circ\square$ においては $c \times 2200$ となるので、あわせて $c \times 4224$ です。 d についても同様に、 $d \times 4224$ となります。

よって、 a b c d を a b が隣りあうように並びかえてできる整数の和は、 $(a + b) \times 2442 + (c + d) \times 4224$ です。

$(a + b) \times 2442 + (c + d) \times 4224 = 69102$ において、2, 3, 11で割る(つまり66で割ると、 $(a + b) \times 37 + (c + d) \times 64 = 1047$ となります。式を満たす数の組み合わせをさがすと、 $11 \times 37 + 10 \times 64 = 1047$ より、 $a + b = 11$, $c + d = 10$ となるので、

$$(a, b) = (2, 9), (3, 8), (4, 7), (5, 6),$$

$$(c, d) = (1, 9), (2, 8), (3, 7), (4, 6),$$

です。あとは、 a . b . c . d に同じ数が現れないように気を付けて組み合わせると、

2937, 2946, 3819, 3846, 4719, 4728, 5619, 5628, 5637

の9通りの整数になります。