

表面積パズル・3

同じ大きさの小さな立方体を8個はりあわせて、図1の大きな立方体を作りました。

大きな立方体では、小さな立方体の面が前後左右上下どの方向からも4面見えるので、外から $4 \times 6 =$

24(面)見えます。ここから小さな立方体をいくつか透明な立方体とうめいに交換こうかんします。図2では、透明な立方体の面は見えないので、外からは16面見えます。

外から見える面が20面になる交換の仕方は何通りありますか。なお、交換する順序は考えません。また、交換した後の立体が回転などによってぴったり重なるとしても、交換する場所が異なれば別の交換の仕方とします。

図1

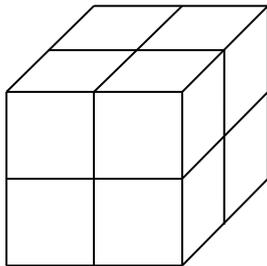
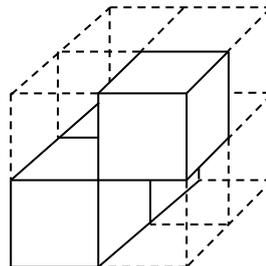


図2



表面積パズル・3 5 4 通り

外から見える面を20面にするためには、 $24 - 20 = 4$ （面）見える面を減らす必要があります。このような見え方は2通り考えられます。前後・左右・上下いずれかの2組において3面ずつしか見えない場合と、前後・左右・上下いずれかの1組において2面ずつしか見えない場合です。

また、交換する立方体の個数は4個以下です。というのも、5個を透明な立方体と交換すると、残る立方体は3個となります。この場合、どの方向から見ても最大で3つの面しか見えないので、外から見える面は全部で $3 \times 6 = 18$ （面）となるからです。

○前後・左右・上下いずれかの2組において3面ずつしか見えない場合

3個の立方体を交換する場合、図3のような形が条件を満たします。図3のような形はいくつあるでしょうか。図4のように、透明な立方体の中心となる1個に注目をする、その立方体と面で接する3個の立方体のうち2個が透明であればよいので、前と横が透明なら図4、前と下が透明なら図5、下と横が透明なら図6のようになり、3通りの交換ができます。中心となる立方体の選び方は8通りですから、 $3 \times 8 = 24$ （通り）です。

図3

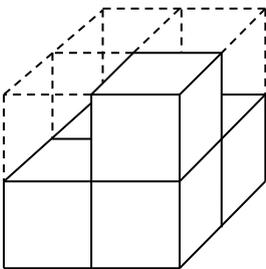


図4

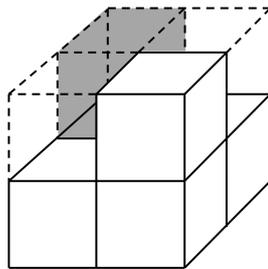


図5

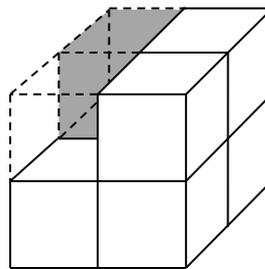


図6

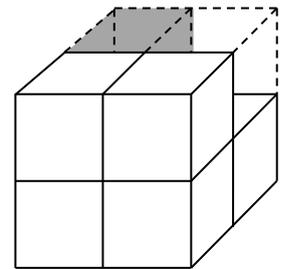
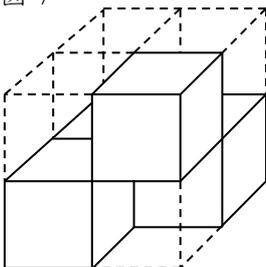


図3から、もう1個立方体を交換すると、図7のようになって外からの面の見え方は変わりません。このように、4個交換する方法は3個交換する方法のそれぞれに1通りずつあるので、やはり24通りです。

図7



よって、 $24 \times 2 = 48$ （通り）です。

○前後・左右・上下いずれかの1組において2面ずつしか見えない場合

図8のように4個交換すると、前後・左右・上下いずれかの1組においては2面ずつしか見えず、他の方向からは4面ずつ見えます。このような交換の方法は、前・上・右いずれかの方向から1つを選び、図9のように向かいあう2つの面を選んで、その列にある立方体を透明な立方体にすればよいので、 $2 \times 3 = 6$ (通り) です。

図8

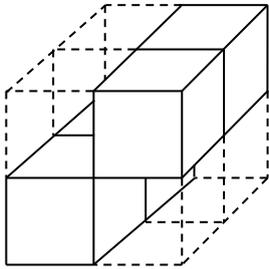
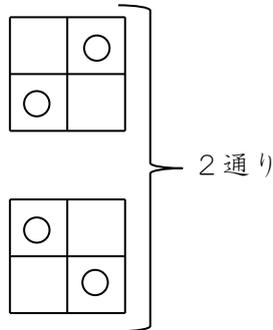


図9



よって、外から20面見える交換の方法は全部で $48 + 6 = 54$ (通り) です。