受験算数の基礎

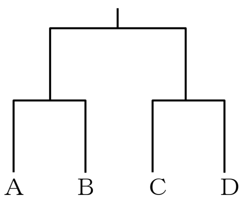
Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

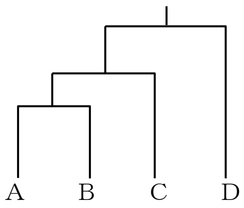
トーナメントの問題・優勝合計数

　何人かがトーナメント形式で試合をします。トーナメント①では，Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄは優勝するためには２勝しなければなりません。この場合，２×４＝８をトーナメントの優勝合計数とよぶことにします。トーナメント②の場合，優勝するためにＡとＢは３勝，Ｃは２勝，Ｄは１勝しなければなりませんから，優勝合計数は３×２＋２＋１＝９です。

トーナメント①



トーナメント②



（１）８人がトーナメント形式で試合をする場合の優勝合計数として考えられるもののうち，最も小さいものを答えなさい。

（２）７人，６人がトーナメント形式で試合をする場合の優勝合計数として考えられるもののうち，最も小さいものをそれぞれ答えなさい。

（３）１００人がトーナメント形式で試合をする場合の優勝合計数として考えられるもののうち，最も小さいものを答えなさい。

（４）$\boxed{}$人がトーナメント形式で試合をする場合の優勝合計数として考えられるもののうち，最も小さいものは２８１８でした。$\boxed{}$にあてはまる数を答えなさい。

最難関問題

トーナメントの問題・優勝合計数（１）２４　（２）８人…２０，７人…１６　（３）６７２
（４）３３３

（１）図１のトーナメントでは，どの参加者も３回勝てば優勝できるので，優勝合計数は３×８＝２４です。○をつけた参加者の試合数を減らすために形を変えると，図２のようになって優勝合計数は１大きくなってしまいます。よって，図１の２４が最小です。

図１

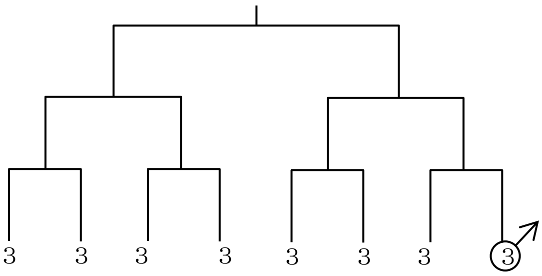
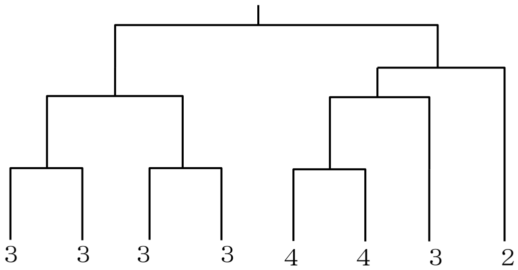


図２



（２）図１のトーナメントをもとにして考えると，図３，図４のように参加者を除いていくと，その参加者が優勝するための３勝と，その参加者と１回戦で対戦する予定だった別の参加者の１勝の，３＋１＝４（勝）が減ります。よって，７人の場合２４－４＝２０，６人の場合２４－４×２＝１６です。

図３

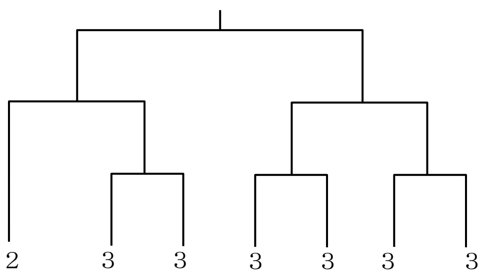
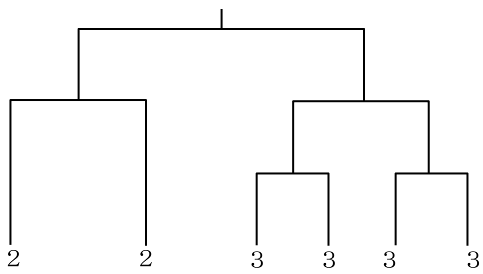


図４



最難関問題

（３）全員の優勝に必要な勝ちの数が等しくなるのは，４，８のように２を何回かかけあわせてできた数です。４人が参加するトーナメントでは全員が２勝，８人が参加するトーナメントでは全員が３勝すれば優勝できます。この勝ちの数は，４＝２×２，８＝２×２×２のように，かけあわせた２の個数に対応しています。

（１）（２）より，２を何回かかけあわせた人数の場合の最小の優勝合計数からずらしていく方法が見えてきます。図５，図６のように，５人の場合は，２４－４×３＝１２，４人の場合は２４－４×４＝８となって，２×４＝８と一致します。

図５

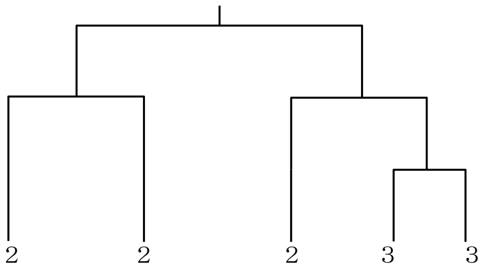
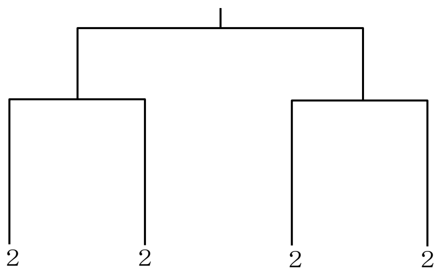


図６



１００に近い，２を何回かかけあわせた数は，２×２×２×２×２×２×２＝１２８です。１２８人が参加するトーナメントの最小の優勝合計数は，７×１２８＝８９６です。ここから１人除くたびに，７＋１＝８ずつ最小の優勝合計数は減っていくので，８９６－８×（１２８－１００）＝６７２です。

（４）２を８個かけあわせた２×２×２×２×２×２×２×２＝２５６（人）の場合，最小の優勝合計数は８×２５６＝２０４８です。２を９個かけあわせた数である２５６×２＝５１２（人）から１人ずつ減らしていくと９＋１＝１０最小の優勝合計数が減るので，２５６人から１人ずつ増やしていっても最小の優勝合計数は１０増えます。よって，２８１８－２０４８＝７７０，７７０÷１０＝７７より，２５６+７７＝３３３（人）です。