受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

頂点と円周上の点の一致

円周率を３.１４として，次の問いに答えなさい。

（１）半径３㎝の円の円周上の点Ｐが，図１のように長方形ＡＢＣＤの頂点Ａに重なっています。円は長方形ＡＢＣＤのまわりを，時計回りにすべることなく回転し続けます。点Ｐが頂点Ａと再び重なるまでに，円の中心は何㎝進みますか。

（２）半径３㎝の円の円周上の点Ｐが，図２のように八角形ＡＢＣＤＥＦＧＨの頂点Ａに重なっています。八角形の辺と辺は垂直に交わっています。円は八角形のまわりを，時計回りにすべることなく回転し続けます。点Ｐが頂点Ａと再び重なるまでに，円の中心は何㎝進みますか。

図１

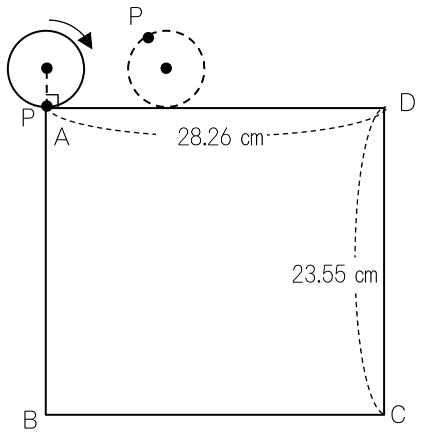
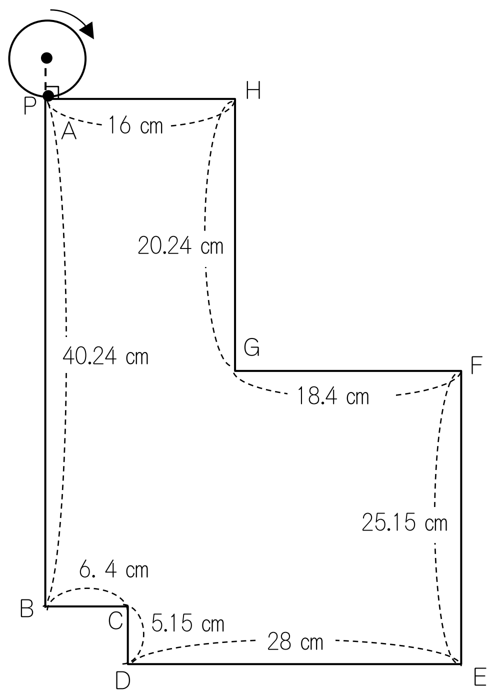


図２

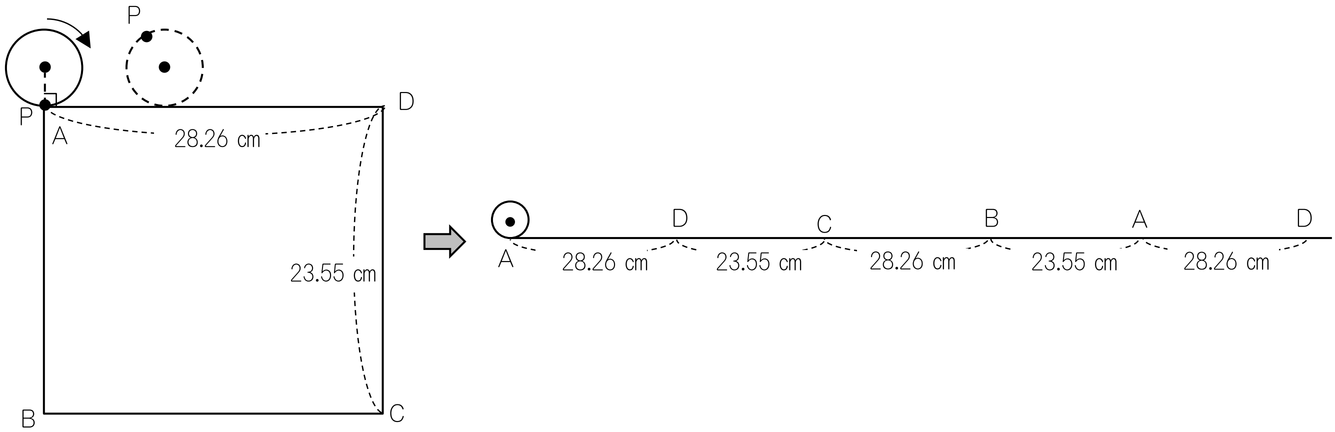


最難関問題

頂点と円周上の点の一致（１）２４０.２１㎝　（２）５２２.８１㎝

（１）円周と辺が接した長さが，３×２×３.１４＝６×３.１４（㎝）になるごとに，点Ｐは長方形の辺や頂点と重なります。よって，図①のように長方形の辺を一直線にしても状況は変わりません。長方形のまわりの長さは，（２８.２６＋２３.５５）×２＝（９＋７.５）×３.１４×２＝３３×３.１４（㎝）なので，６×３.１４と３３×３.１４の最小公倍数より，６６×３.１４（㎝）進んだときに，点Ｐは再び頂点Ａと重なります。このとき，円は長方形を，６６×３.１４÷（３３×３.１４）＝２（周）しています。

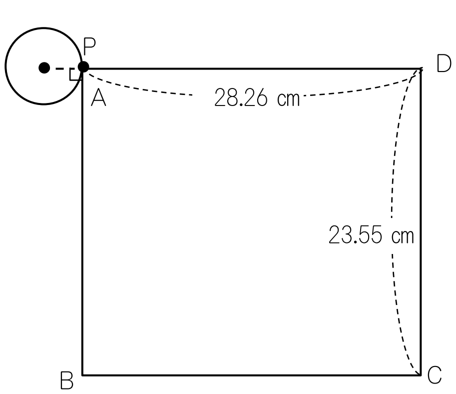
図①



ただし，２周目の最後は図②の状態で点Ｐが頂点Ａと重なるので，円の中心が進んだ距離は，

６６×３.１４＋３×２×３.１４×$\frac{1}{4}$×（８－１）＝７６.５×３.１４＝２４０.２１（㎝）です。

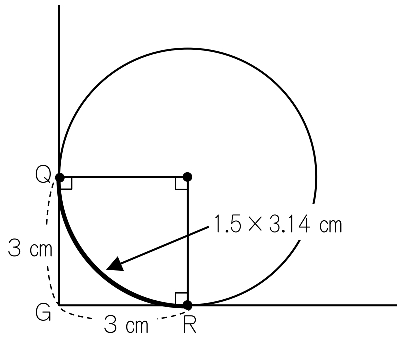
図②



最難関問題

（２）頂点ＧとＣは円の円周と重なることがありません。図③のように点ＱとＲを定めると，ＱＧ＋ＧＲ＝６㎝に対して，八角形の辺と接する円周上の点ＰとＱは，$３×２×３.１４×\frac{1}{4}＝１.５×３.１４$（㎝）離れています。

図③



よって，八角形のまわりの長さは，
（１６＋２０.２４＋１８.４＋２５.１５－６＋１.５×３.１４）×２＝１５７＝５０×３.１４（㎝）とみなすことができます。６×３.１４と５０×３.１４の最小公倍数より，１５０×３.１４（㎝）進んだときに，点Ｐは再び頂点Ａと重なります。このとき，円は長方形を，
１５０×３.１４÷（３０×３.１４）＝３（周）しています。円が八角形を１周するときに中心が進む距離は，$（５０－１.５×２）×３.１４＋３×２×３.１４×\frac{1}{4}×６＝５６×３.１４$（㎝）です。（１）同様に，３周目の終わりで円はもとの位置に戻るために９０度回転しなくてよいで，
$５６×３.１４×３－３×２×３.１４×\frac{1}{4}＝１６６.５×３.１４＝５２２.８１$（㎝）です。