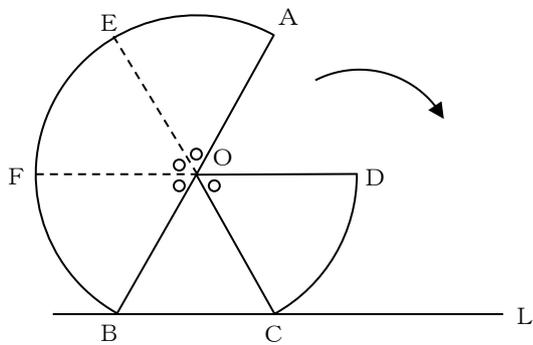


# 最難関問題

## 複合おうぎ形の回転移動

半径6cmのおうぎ形OABとOCDを図のように組み合わせます。○は角の大きさが60度であることを表しており、点E、O、Cと点F、O、Dは一直線になっています。この図形を直線L上をすべらないように回転させ、頂点Aが直線L上にきたら止めます。この図形が通過したあとの面積は、1辺の長さが6cmの正三角形の面積より何 $\text{cm}^2$ 大きいですか。円周率は3.14とします。

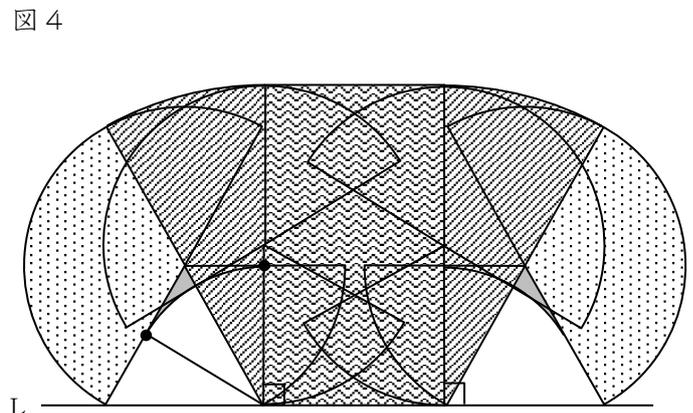
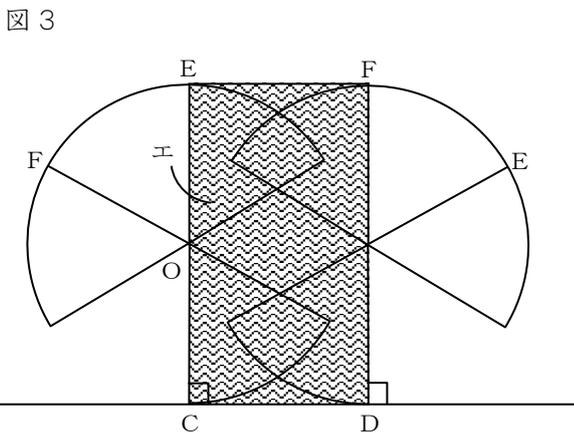
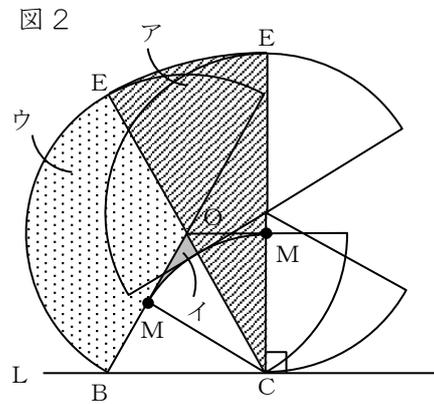
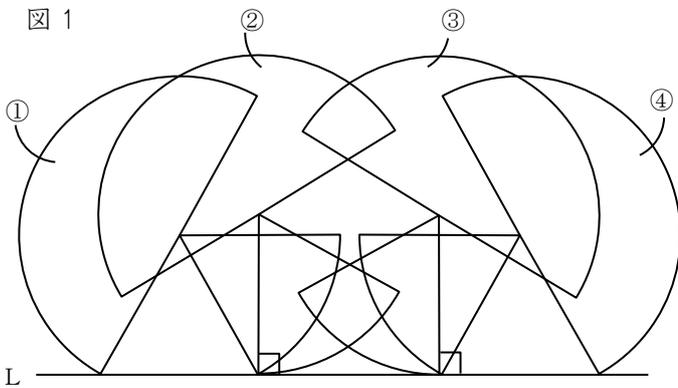


最難関問題

複合おうぎ形の回転移動 211.95 cm<sup>2</sup>

図形は図1のように①, ②, ③, ④の順に動きます。

①の位置から②の位置へ動くときに図形が通過する部分のうち、②の位置から③の位置に動くときに通過する部分と重ならない部分は、図2のア、イ、ウになります。③の位置から④の位置へ動くときについても、同様にア、イ、ウの3つの部分に分けます。また、②の位置から③の位置に動くときに、ア、イ、ウと重ならない部分は、図3のエになります。以上をあわせると図4のようになります。



アの面積

回転の中心である点Cを、Cから最も遠い点である点Eと結ぶと、CEの動いたあとは半径12 cm, 中心角30度のおうぎ形アになります。アは左右で2個あるので、

$$12 \times 12 \times 3.14 \times \frac{1}{12} \times 2 = 24 \times 3.14 \text{ (cm}^2\text{)} \text{ です。}$$

最難関問題

イの面積

回転の中心である点Cから最も近い点は半径BOの中点Mです。イは左右で2個あるので、あわせると図5のようになります。よって、1辺が6cmの正三角形の面積から半径が□cmで中心角が60度のおうぎ形の面積を引けばよいことがわかります。図6のように1辺の長さが□cmの正三角形CMNを作ります。オの三角形とカの三角形は面積が等しく、正三角形OBCの面積はオの4倍、正三角形CMNの面積はカの3倍ですから、面積の比は4:3です。よって、 $(6 \times 6) : (\square \times \square) = 4 : 3$ より、 $\square \times \square = 36 \times \frac{3}{4} = 27$ です。

以上より、1辺が6cmの正三角形の面積をxとすると、イ2個の面積は、

$$x - 27 \times 3.14 \times \frac{1}{6} = x - 4.5 \times 3.14 \text{ (cm}^2\text{)} \text{ です。}$$

図5

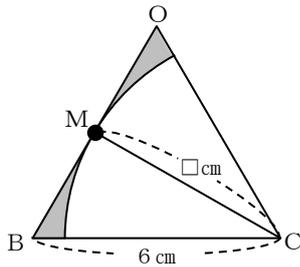
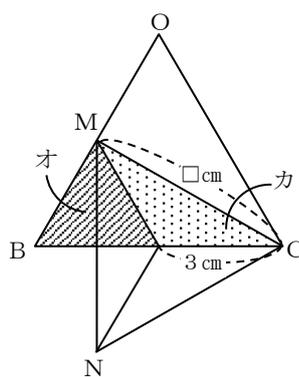


図6



ウの面積

半径6cmで中心角120度のおうぎ形が2個ですから、 $6 \times 6 \times 3.14 \times \frac{1}{3} \times 2 = 24 \times 3.14 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

エの面積

②の位置から③の位置に回転するとき、図形の最も高い部分の高さは常に12cmになりますから、エの部分は、長方形になります。長方形エのたての長さは12cm、横の長さはおうぎ形OCDの弧の長さですから、面積は $12 \times 6 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{6} = 24 \times 3.14 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

以上より、図形が通過したあとの面積は $x + (24 \times 3 - 4.5) \times 3.14 = x + 211.95 \text{ (cm}^2\text{)}$ となるので、1辺が6cmの正三角形の面積よりも211.95cm<sup>2</sup>大きいことがわかります。