受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

異なる繰り上げ

２つの１以上の整数をたし算する際に，Ａ君は普通に計算をしますが，Ｂ君は各位の数の和が８になるたびに繰り上げます。よって，７＋２をＡ君が計算すると９，Ｂ君が計算すると１１になります。また，９＋１をＡ君が計算すると１０，Ｂ君が計算すると１２になります。

（１）次の式をＡ君とＢ君が計算したときの答えをそれぞれ求めなさい。

① １２＋３４

② ４３＋７２

（２）ある２けたの２つの整数をたし算したところ，Ａ君の答えは１５０，Ｂ君の答えは１７２になりました。２つの整数の組み合わせとして考えられるものは全部で何通りありますか。

（３）ある２つの整数をたし算したところ，Ａ君の答えは１２３になりました。このとき，Ｂ君の答えとして考えられるものをすべて求めなさい。また，それぞれの場合に２つの整数の組み合わせとして考えられるものは何通りあるか求めなさい。

（４）ある２つの整数をたし算したところ，Ｂ君の答えは１５２になりました。このとき，Ａ君の答えとして考えられるものをすべて求めなさい。また，それぞれの場合に２つの整数の組み合わせとして考えられるものは何通りあるか求めなさい。

最難関問題

異なる繰り上げ

（１）①どちらも４６　②Ａ君…１１５　Ｂ君…１３５　（２）２３通り

（３）１２３…１１通り　１２５…１２通り　１４３…１４通り　１４５…２４通り

（４）１５２…１７通り　１５０…４５通り　１４８…４通り　１３２…９通り　１３０…３２通り
　　１２８…４通り

（１）

①　１２＋３４の場合，どちらが計算しても繰り上がりがおこらないので，答えは４６です。

②　Ａ君は普通に１０ごとに繰りあげを行うので，４３＋７２＝１１５です。Ｂ君の場合，３＋２＝５，４＋７＝１１より，８で繰り上げると１１－８＝３残るので，１３５です。

（２）ここまでの計算をまとめると，次のようになります。

式	７＋２	１２＋３４	４３＋７２
Ａ君の答え	９	４６	１１５
Ｂ君の答え	１１	４６	１３５
差	２	０	２０

繰り上がりが起こらない１２＋３４の場合２人の答えは一致しますが，Ｂ君の計算において下から１番目の位で繰り上がりが起こると答えには２の差が生じ，下から２番目の位で繰り上がりが起こると答えには２０の差が生じます。これは，Ａ君は１０ごとに，Ｂ君は８ごとに各位を繰り上げ，１０－８＝２であるためです。

　よって，１７２－１５０＝２２の差が生じるのは，下から１番目と２番目の位でＢ君が計算の際に繰り上げを行って答えが１７２となる場合です。

　いったんＡ君の計算に注目をすると，２つの２けたの整数の和が１５０になるのは，
６０＋９０＝１５０のようにどちらも一の位の数が０で，繰り上がりが起こらない場合と，
６１＋８９＝１５０のように繰り上がる場合があります。

　２つの整数の一の位が０の場合，Ｂ君が計算をしても下から１番目の位がくり上がらないので，条件を満たしません。それに対して，６１と８９のように２つの整数の一の位が０ではない場合，Ｂ君が計算をしても繰り上がります。よって，Ａ君の計算において一の位が繰り上がって和が１５０になる場合を求めます。

２つの整数の一の位の組み合わせは，（１，９），（２，８），（３，７），（４，６），（５，５）で，十の位の組み合わせごとに場合の数を求めると，

（５，９）…５１と９９，５９と９１のように一の位は入れ替えが可能なので，９通り

（６，８）…９通り

（７，７）…５通り

となるので，９×２＋５＝２３（通り）です。

（３）まず，Ａ君の計算に注目すると，２つの１以上の整数の和が１２３になるのは，１＋１２２から６１＋６２の６１通りであることがわかります。

ここで，Ａ君とＢ君の計算における繰り上がりの関係を考えます。Ａ君の計算において一の位が３になるのは，１＋２＝３のように一の位の和が３になる場合と，６＋７＝１３のように和が１３になる場合です。和が３になる場合Ｂ君の計算においても繰り上がりは起こらず，和が１３になる場合Ｂ君の計算においても繰り上がりは起こります。よって，繰り上がりに関してＡ君とＢ君は一致します。

十の位についても同様に考えます。一の位からの繰り上がりの可能性があるので，Ａ君の計算において十の位は１か２になります。１＋０＝１，１＋１＝２のように一の位の和が１か２になる場合，Ｂ君の計算においても繰り上がりは起こりません。また，６＋５＝１１，６＋６＝１２のように和が１１か１２になる場合，Ｂ君の計算においても繰り上がりは起こります。よって，繰り上がりに関してＡ君とＢ君はやはり一致します。

よって，Ａ君の計算における一の位と十の位の繰り上がりについて場合分けをします。

一の位と十の位で繰り上がりが起こらない場合

１２２＋１＝１２３，１１１＋１２＝１２３のような場合で，Ｂ君が計算をしても繰り上がりは起こらずに答えは１２３になります。２つの数の一の位の組み合わせは，（０，３）と（１，２）の２通りで，十と百の位の組み合わせごとに場合の数を求めると，

１０□と２□…４通り

１１□と１□…４通り

１２□と□…１２３と０の組み合わせは条件に合わないので，３通り

となります。よって，Ｂ君の答えが１２３となるのが，４×２＋３＝１１（通り）です。

最難関問題

一の位で繰り上がりが起こり，十の位では繰り上がりが起こらない場合

１１８＋５＝１２３のような場合で，B君が計算をすると下から１番目の位で繰り上がりが起きて答えは１２５になります。２つの数の一の位の組み合わせは，（４，９），（５，８），（６，７）の３通りで，十と百の位の組み合わせごとに場合の数を求めると，

１０□と１□…６通り

１１□と□…６通り

となります。よって，B君の答えが１２５となるのが，６×２＝１２（通り）です。

一の位で繰り上がりが起こらず，十の位では繰り上がりが起こる場合

５２＋７１＝１２３のような場合で，B君が計算をすると下から２番目の位で繰り上がりが起きて答えは１４３になります。２つの数の一の位の組み合わせは，（０，３）と（１，２）の２通りで，十の位の組み合わせごとに場合の数を求めると，

３□と９□…４通り

４□と８□…４通り

５□と７□…４通り

６□と６□…２通り

となります。よって，B君の答えが１４３となるのが，４×３＋２＝１４（通り）です。

一の位と十の位で繰り上がりが起こる場合

４８＋７５＝１２３のような場合で，B君が計算をすると両方の位で繰り上がりが起きて，答えは１４５になります。２つの数の一の位の組み合わせは，（４，９），（５，８），（６，７）の３通りで，十の位の組み合わせごとに場合の数を求めると，

２□と９□…６通り

３□と８□…６通り

４□と７□…６通り

５□と６□…６通り

となります。よって，B君の答えが１４５となるのが，６×４＝２４（通り）です。

なお，検算をすると，１１＋１２＋１４＋２４＝６１（通り）となることが確認できます。

（４）Ａ君とＢ君の答えの差は，ここまで考えてきた０，２，２０，２２の４通りで全てではありません。例えば９と９の和をＡ君が計算すると，９＋８＝１７ですが，Ｂ君が計算すると，１７÷８＝２余り１より２つ繰り上がって２１となります。よって，２人の答えの差は４と２４を加えて６通り考えられます。

答えの差が０の場合

　Ａ君の答えは１５２－０＝１５２です。１０１＋５１＝１５２のように，Ａ君の計算において繰り上がりが起こらない場合，Ｂ君の計算において繰り上がりが起こらないので，２つの数の一の位の組み合わせは，（０，２）と（１，１）の２通りで，十と百の位の組み合わせごとに場合の数を求めると，
１０□と５□…３通り
１１□と４□…３通り
１２□と３□…３通り
１３□と２□…３通り
１４□と１□…３通り
１５□と□…１５２と０の組み合わせは条件に合わないので，２通り
となります。よって，Ａ君の答えが１５２となるのが，３×５＋２＝１７（通り）です。

答えの差が２の場合

　Ａ君の答えは１５２－２＝１５０です。１０５＋４５＝１５０のようにＡ君の計算において一の位で繰り上がりが起こる場合，一の位の数の和が１０となるので，Ｂ君の計算においても繰り上がりが１回起こって１０５＋４５＝１５２となって答えの差が２となります。このとき，２つの数の一の位の組み合わせは，（１，９），（２，８），（３，７），（４，６）（５，５）の５通りで，十と百の位の組み合わせごとに場合の数を求めると，
１０□と４□…９通り
１１□と３□…９通り
１２□と２□…９通り
１３□と１□…９通り
１４□と□…９通り
となります。よって，Ａ君の答えが１５０となるのが，９×５＝４５（通り）です。

答えの差が４の場合

　Ａ君の答えは１５２－４＝１４８です。１０９＋３９＝１４８のようにＡ君の計算において一の位の数の和が１８になる場合，Ｂ君の計算では繰り上がりが２回起こって１０９＋３９＝１５２となって答えの差が４となります。このとき，２つの数の一の位の組み合わせは，（９，９）の１通りで，十と百の位の組み合わせごとに場合の数を求めると，

１０□と３□…１通り

１１□と２□…１通り

１２□と１□…１通り

１３□と□…１通り

となります。よって，Ａ君の答えが１４８となるのが，１×４＝４（通り）です。

答えの差が２０の場合

　Ａ君の答えは１５２－２０＝１３２です。９１＋４１＝１３２のようにＡ君の計算において十の位で繰り上がりが起こる場合，十の位の数の和が１３となるので，Ｂ君の計算においても繰り上がりが１回起こって９１＋４１＝１５２となって答えの差が２０となります。このとき，２つの数の一の位の組み合わせは，（０，２），（１，１）の２通りで，十と百の位の組み合わせごとに場合の数を求めると，

９□と４□…３通り

８□と５□…３通り

７□と６□…３通り

となります。よって，Ａ君の答えが１３２となるのが，３×３＝９（通り）です。

答えの差が２２の場合

　Ａ君の答えは１５２－２２＝１３０です。７７＋５３＝１３０のようにＡ君の計算において一の位と十の位で繰り上がりが起こる場合，一の位の数の和が１０，十の位の数の和が繰り上がりも含めて１３となるので，Ｂ君の計算においても繰り上がりが１回ずつ起こって７７＋５３＝１５２となって答えの差が２２となります。このとき，２つの数の一の位の組み合わせは，（１，９），（２，８），（３，７），（４，６）（５，５）の５通りで，十と百の位の組み合わせごとに場合の数を求めると，

９□と３□…９通り

８□と４□…９通り

７□と５□…９通り

６□と６□…５通り

となります。よって，Ａ君の答えが１３０となるのが，９×３＋５＝３２（通り）です。

答えの差が２４の場合

　Ａ君の答えは１５２－２４＝１２８です。６９＋５９＝１２８のようにＡ君の計算において一の位の数の和が１８，十の位の数の和が繰り上がりも含めて１２になる場合，Ｂ君の計算では下から１番目の位で繰り上がりが２回，２番目の位で繰り上がりが１回起こって，６９＋５９＝１５２となるので答えの差が２４となります。このとき，２つの数の一の位の組み合わせは，（９，９）の１通りで，十と百の位の組み合わせごとに場合の数を求めると，

９□と２□…１通り

８□と３□…１通り

７□と４□…１通り

６□と５□…１通り

となります。よって，Ａ君の答えが１２８となるのが，１×４＝４（通り）です。