

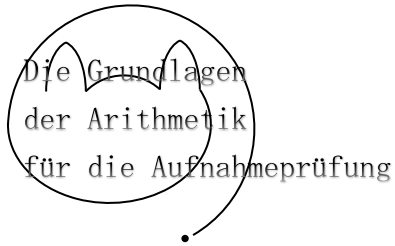
## 最難関問題

鳩の巣原理と整数の和差

$\boxed{1}$ ,  $\boxed{2}$ ,  $\boxed{3}$ ,  $\boxed{4}$ , ... と整数が書かれたカードが1枚ずつあります。次の問いに答えなさい。

(1) 太郎君は3枚のカードをもらいました。このとき、その平均が整数になるような2枚のカードの組み合わせが必ずあります。その理由を説明しなさい。

(2) 春子さんは100枚のカードをもらいました。夏子さんが99以下の整数を春子さんに対して言うと、春子さんは2枚のカードを選んで、その差が夏子さんの言った整数の倍数になるようにできます。その理由を説明しなさい。



## 最難関問題

鳩の巣原理と整数の和差 解答は解説参照

(1) 奇数の部屋と偶数の部屋があると考え、3枚の内少なくとも2枚は同じ部屋に入ります。同じ部屋に入ったカードの和は偶数となるので、その平均は必ず整数になります。この考え方を、「鳩の巣原理」「部屋割り論法」などと言います。

解答例は次のようになります。

「偶数か奇数が少なくとも2枚含まれていて、その和は2で割り切れるから。」

(2) 99で割った剰余は0から98の99通りあります。よって、99個の部屋があると考え、少なくとも2枚のカードは同じ部屋に入る、その差は99の倍数になります。98以下も同様です。

解答例は次のようになります。

「99で割った余りは0から98の99通りある。少なくとも2枚のカードは99で割った余りが同じになるので、その差は99の倍数になる。98以下の場合も同じ。」