

最難関問題

加速する針

針が1本だけあるタイマーがあり，スタートボタンを押すと針は一定の割合で加速していき，120分で1周して停止します。最初，針は図1のようにスタートボタンを指しています。以下の問いに答えなさい。

図1

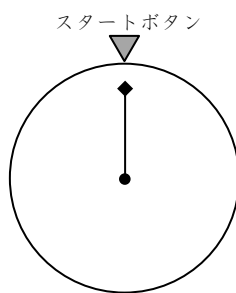


図2

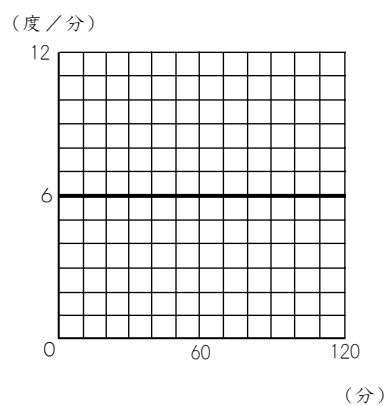
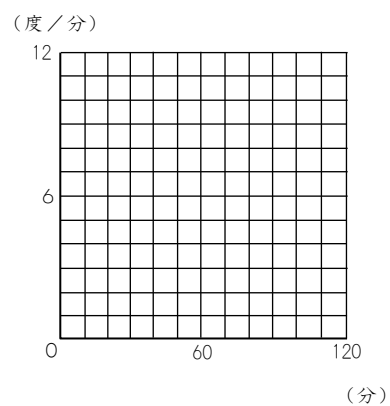


図3



- (1) 時計の分針は毎分6度という一定の速さで進むので，速さと時間の関係を表すグラフは図2のようになります。これにならって，このタイマーの針の速さと時間の関係を表すグラフを図3にかきなさい。
- (2) 図4に20分，40分，60分，80分，100分を目盛りを入れなさい。120分を目盛りはすでに入っています。
- (3) (2) にならって，タイマーにx分ごとに目盛りを入れたところ，図5のようになりあう3つの目盛りの間の角の大きさが，10度と10.8度になりました。xと図5の○にあてはまる数をそれぞれ答えなさい。ただし，図5の針の指す方向は正確ではありません。

図4

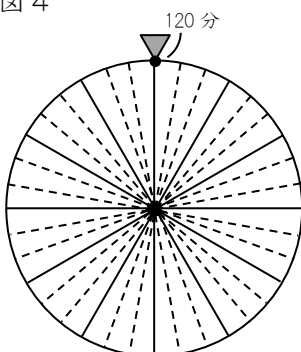
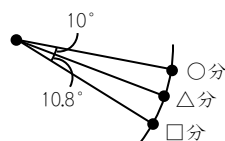


図5

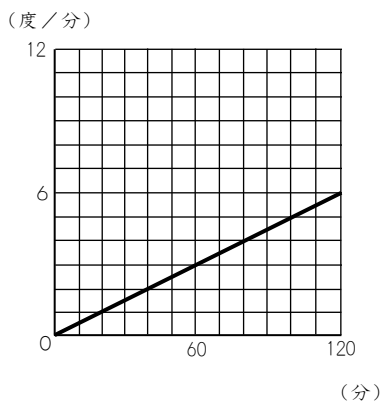


最難関問題

加速する針 (1) 解説の図①参照 (2) 解説の図②参照 (3) $x = 4$, $\bigcirc \cdots 48$

- (1) 120分で360度進むので、針の平均の速さは、 $360 \div 120 = 3$ より、毎分3度です。針は、(止まった状態) = (毎分0度の速さ) から動き始めるので、一定の割合で毎分0度から毎分6度まで加速します。よって、図①のようになります。

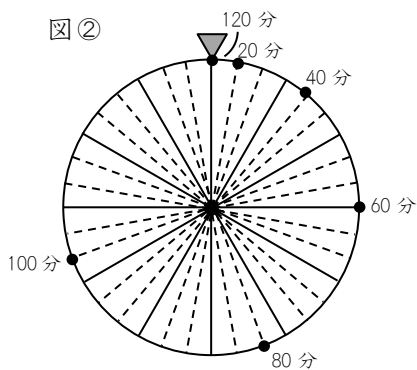
図①



- (2) (1) のグラフより、20分後に針の速さは毎分1度になりますから、最初の20分間の平均の速さは $(0 + 1) \div 2 = 0.5$ より毎分0.5度です。よって、針は最初の20分間で $0.5 \times 20 = 10$ (度) 進みます。

同様に、最初の40分間の平均の速さは $(0 + 2) \div 2 = 1$ より毎分1度です。よって、針は最初の20分間で $1 \times 40 = 40$ (度) 進みます。以降も同じように求めていくと、60分間で90度、80分間で160度、100分間で250度となるので、図②のようになります。

図②



最難関問題

(3) (2) で求めた 10 度, 40 度, 90 度, 160 度, 250 度は, 10 で割ると 1, 4, 9, 16, 25 という平方数になります。360 度も 10 で割ると 36 となるので, 平方数が順に並ぶことになります。また, $4 - 1 = 3$, $9 - 4 = 5$, $16 - 9 = 7 \cdots$ というように, となりあう平方数の差を求めていくと奇数を順に並べることになります。

$10 : 10.8 = 25 : 27$ であり, 25 は 13 番目の奇数なので, 12 番目の平方数 144 と 13 番目の平方数 169 の差にあたります。同様に, 27 は 169 と 14 番目の平方数 196 の差にあたります。また, $10 \div 25 = 0.4$, $360 \div 0.4 = 900$, $900 = 30 \times 30$ より, タイマー 1 周を 30 分割していることがわかるため。 $120 \div 30 = 4$ (分) ごとに目盛りを入れており, ○ は 12 番目の目盛りなので, $4 \times 12 = 48$ (分) の目盛りです。