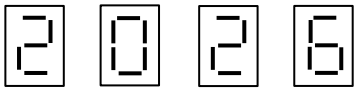
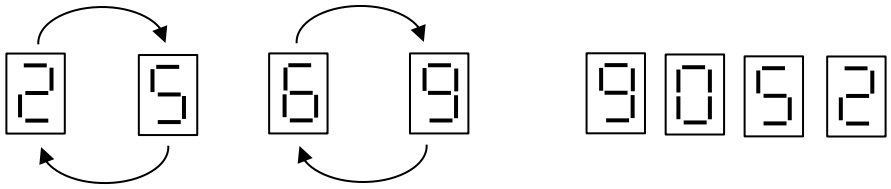
最難関問題

数字カードと２０２６

デジタル数字の０，２，２，６が印字された透明なカードを並べて，２０２６を表しました。



透明なカードは，向きを変えたりひっくり返したりすることで２のカードは５，６のカードは９を表すことができます。よって，０，２，２，６のカードで９０５２を表すことなどが可能です。



以下の問いに答えなさい。

（１）０，２，２，６のカードで表すことができる４けたの整数はぜんぶで何個ありますか。

（２）２０２６は，０，２，２，６のカードで表すことができる４けたの整数のうちで小さい方から何番目の数ですか。

（３）０，２，２，６のカードで表すことができる４けたの整数の平均値と中央値を答えなさい。

最難関問題

数字カードと２０２６

（１）７２個　（２）１番目　（３）平均値…５１９１，中間値…５３９８

（１）２のカードをＡ，６のカードをＢで表すと，０，Ａ，Ａ，Ｂのカードの並びかえは，
千の位がＡ…百の位以下は０，Ａ，Ｂの並びかえなので６通り
千の位がＢ…百の位以下は０，Ａ，Ａの並びかえなので３通り
となって９通りです。９通りのいずれについても，２つのＡについて２か５のどちらかにし，Ｂについて６か９にするので，２×２×２＝８（通り）の整数ができるので，９×８＝７２（個）です。

（２）明らかに，小さい方から１番目です。

（３）Ａのカードは平均値が（２＋５）÷２＝3.5，Ｂのカードは平均値が（６＋９）÷２＝7.5であることを利用して，０，Ａ，Ａ，Ｂのカードを並びかえた９個の整数で考えます。９個の整数を並べると，Ａは千の位に６回，百・十・一の位に４回ずつ現れ，Ｂは千の位に３回，百・十・一の位に２回ずつ現れます。よって９個の整数の合計は，（Ａ×２＋Ｂ）×３２２２＝（3.5×２＋7.5）×３２２２です。
平均値は，（3.5×２＋7.5）×３２２２÷９＝５１９１です。
中央値は，並びかえて出来る整数が偶数個なので，３６番目と３７番目の平均値になります。

千の位が２の整数
百の位以下で０，Ａ，Ｂのカードを並びかえるので６通り，ＡとＢがそれぞれ２通りなので，
６×２×２＝２４（個）の整数があります。

千の位が５の整数
千の位が２の場合と同じく２４個の整数があるので，３６番目と３７番目の整数は千の位が５です。
５０□□…Ａ，Ｂの並びかえで２通り，ＡとＢがそれぞれ２通りなので，２×２×２＝８（個）
５２□□…０，Ｂの並びかえで２通り，Ｂが２通りなので，２×２＝４（個）
となるので，３６番目の整数は５２９０，３７番目は５５０６ですから，中央値は
（５２９０＋５５０６）÷２＝５３９８です。