

並べ方ととなりあう数の和

いくつかの整数を横一列に並べ、となりあう2つの整数の和が、左から右に向けて大きくなるようにします。たとえば整数1, 2, 3を並べる場合、2-3-1では $2+3$ よりも $3+1$ の方が小さいので、条件を満たしません。1-2-3では、 $1+2$ より $2+3$ の方が大きいので条件を満たします。

(1) 条件にあう、4つの整数1, 2, 3, 4の並べ方は何通りありますか。

(2) 条件にあう、5つの整数1, 2, 3, 4, 5の並べ方は何通りありますか。

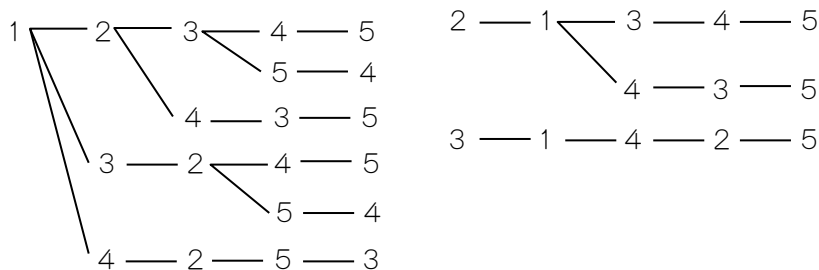
(3) 条件にあう、10個の整数1, 2, 3, 8, 11, 17, 18, 22, 31, 100の並べ方は何通りありますか。

並べ方ととなりあう数の和 (1) 6通り (2) 10通り (3) 252通り

(1) 次の6通りです。



(2) 次の10通りです。



(3) 例えば5つの整数を $A - B - C - D - E$ と並べた場合, $A < C < E$, $B < D$ であれば, 条件を満たします。つまり, 左から奇数番目の整数のグループ, 偶数番目の整数のグループがそれぞれ小さい順に並んでいればよい, ということです。そのため, 10個の整数が 1, 2, 3, 8, 11, 17, 18, 22, 31, 100であっても, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10であっても, 10個の異なる整数であれば答えは変わりません。

10個の整数を並べる場合, まず奇数番目のグループに入る5個をえらびます。残りの5個は偶数番目のグループに入ります。それぞれのグループの並べ方は大小関係で決まるので, 各々1通りです。

よって, $\frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 252$ (通り) です。