受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

折り返しに関する問題・１

図１，図２において，三角形ＡＢＣはＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形です。また，ＢＣを底辺としたときの三角形ＡＢＣの高さは，底辺ＢＣと長さが等しくなります。

（１）図１において，点Ｄ，Ｅは辺ＢＣ，ＡＣの中点です。ＤＥを折り目として三角形ＡＢＣを折ったところ，頂点Ｃは辺ＢＣ上の点Ｐと重なりました。長さの比ＡＰ：ＰＢを求めなさい。

（２）図２において，ＢＤ：ＤＣ＝ＡＥ：ＥＣ＝１：３です。ＤＥを折り目として三角形ＡＢＣを折ったところ，ＣＥは辺ＡＢ上の点Ｐと，ＣＤは辺ＡＢ上の点Ｑと重なりました。
長さの比ＡＰ：ＰＱ：ＱＢを求めなさい。

図１

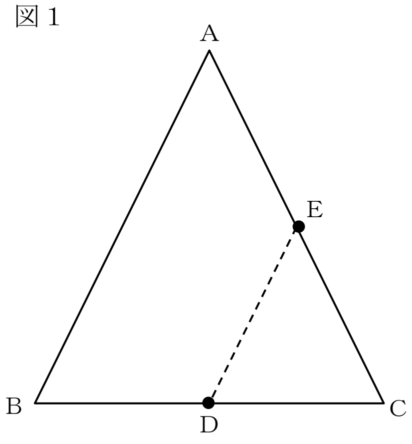
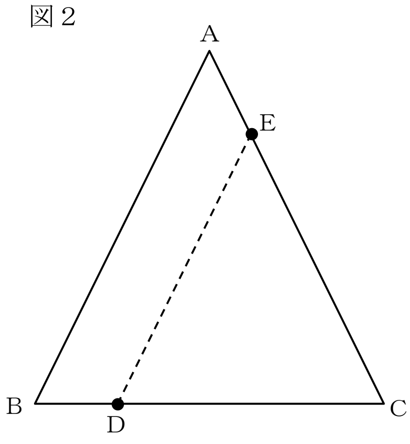


図２



最難関問題

折り返しに関する問題・１　（１）３：２　（２）３：５：２

（１）ＤＥを折り目として三角形ＡＢＣを折ると，図３のように頂点Ｃが点Ｐに重なります。折り返しているため，ＣＰとＤＥは垂直に点Ｏで交わります。

　ＤＥは辺ＡＢと平行なので，図４のように三角形ＤＥＦを作ると，ＤＦ：ＦＥ＝１：２となります。また，○と△で示した角度の関係により，三角形ＢＣＰと三角形ＤＥＦは相似になります。ここで，点Ｐから辺ＢＣに垂線ＰＧを引くと，三角形ＢＰＧと三角形ＰＣＧは三角形ＢＣＰと相似なので，ＢＧ：ＧＰ：ＰＣ＝１：２：４となります。

　今度は，図５のように三角形ＢＧＰと三角形ＢＤＡの相似に注目します。ＢＧ：ＢＤ＝１：(１＋４)÷２＝２：５より相似比は２：５ですから，ＡＰ：ＰＢ＝（５－２)：２＝３：２です。

図３

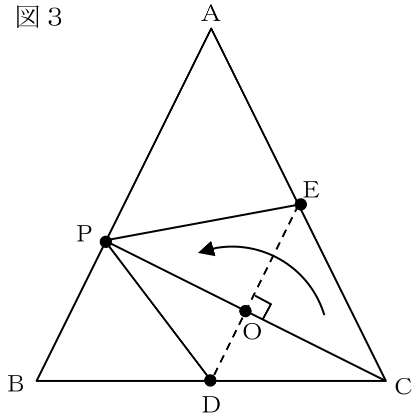


図４

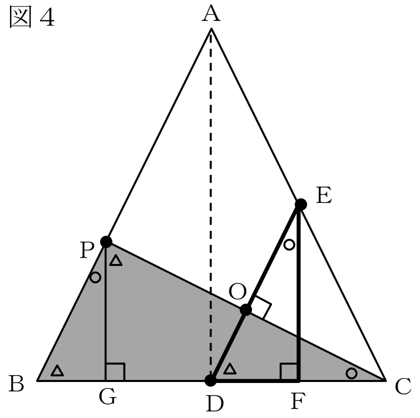
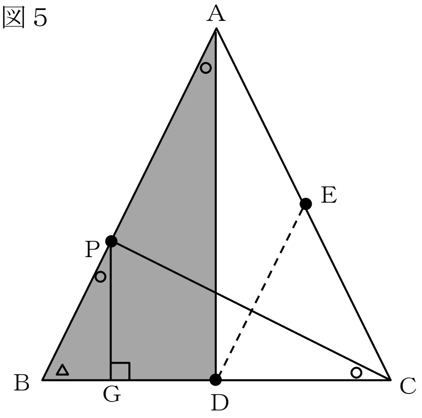


図５



最難関問題

（２）ＤＥを折り目として三角形ＡＢＣを折ると，図６のようになります。折り返した後の頂点Ｃが重なる点をＲとし，ＣＲと辺ＡＢの交点をＳとします。折り返しているため，ＣＲとＤＥは垂直に交わり，この点をＯとすると，ＣＯ＝ＲＯが成り立ちます。

　図７のように辺ＢＣをのばして，点Ｒ，Ｏ，Ａから垂線ＲＦ，ＯＧ，ＡＨを引きます。また，点Ｒを通って辺ＢＣと平行な線をひき，辺ＡＢとの交点をＴとします。（１）と同様にして，ＤＧ：ＧＯ：ＧＣ＝１：２：４です。また，ＢＤ：ＤＣ＝１：３ですから，比をそろえてＢＤ＝５，ＤＧ＝３，ＧＯ＝６，ＧＣ＝１２とします。三角形ＣＯＧと三角形ＣＲＦは１：２の相似ですから，ＲＦ＝１２，ＦＣ＝２４，ＦＢ＝２４－（５＋３＋１２）＝４となります。また，ＡＩ＝２０－１２＝８です。

図６

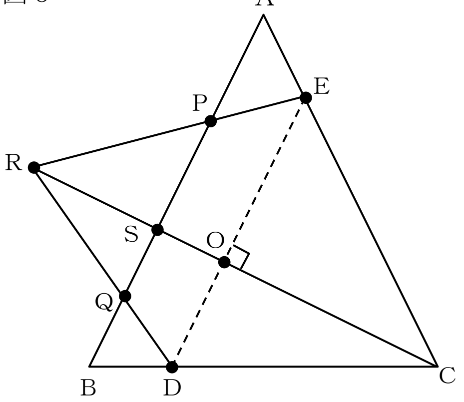
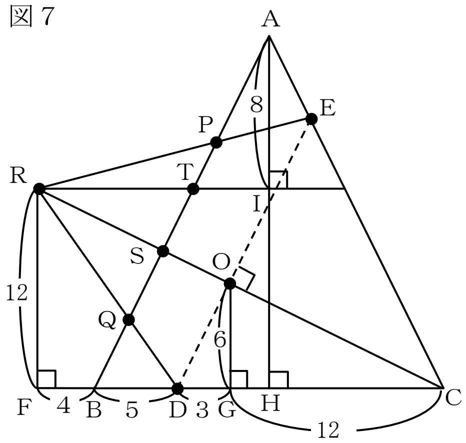


図７



最難関問題

図８において，ＲＴの長さは４＋１２÷２＝１０ですから，影をつけた三角形ＳＴＲとＳＢＣは１０：（５＋３＋１２）＝１：２の相似，太線で囲った三角形ＱＴＲと三角形ＱＢＤは１０：５＝２：１の相似となります。よって，ＴＳ：ＳＱ：ＱＢ＝１：１：１です。ここで，ＲＦの長さが１２であることから，ＴＳ＝ＳＱ＝ＱＢ＝④とします。図９のように点Ｅを通って辺ＢＣと平行な線を引き，辺ＡＢと交わる点をＵとすると，ＡＥ：ＥＣ＝１：３より，ＡＪ＝２０×$\frac{1}{3+1}$＝５，ＪＩ＝８－５＝３です。ＵＥ＝ＡＪ＝５より，斜線部分の三角形ＰＵＥとＰＴＲは５：１０＝１：２の相似ですから，ＵＰ＝①，ＰＴ＝②です。また，ＡＵ＝⑤です。

図８

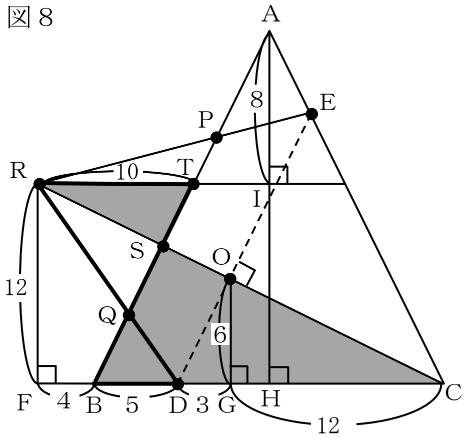
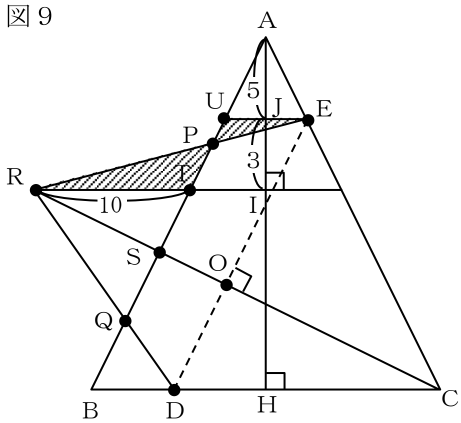


図９



以上より，ＡＰ＝⑤＋①＝⑥，ＰＱ＝②＋④＋④＝⑩，ＱＢ＝④ですから，
ＡＰ：ＰＱ：ＱＢ＝⑥：⑩：④＝３：５：２です。