受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

折り重ねの枚数

たての長さが１㎝で，横の長さが㎝の単位で整数である長方形の紙があります。この紙には，図１のように１㎝ごとにたてのミシン目がついており，ミシン目に沿って紙を折ることができます。例えば，横の長さが６㎝の場合，図２，３のように折ることで，左から順に重なった枚数が２枚，４枚となります。これを，（２，４）と表します。ただし，図４，５のように間に紙をはさみ込むように折ることはできません。

図１

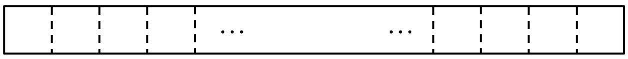


図２

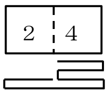


図３

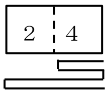


図４

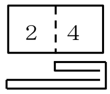
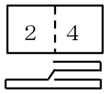


図５



以下では，（２，４）のように，右の数は左の数と同じかより大きい場合のみを考えます。また，（１，１，１，１，１，１）のように１回も折らない場合や，（６）のようにすべての折り目を折った場合は除くこととします。横の長さが６㎝の場合，条件を満たす表し方は（１，５），（２，４），（３，３），（１，１，４），（２，２，２），（１，１，２，２），（１，１，１，３），（１，１，１，１，２）の８通りです。（１，２，３）となる折り方はありません。

（１）横の長さが７㎝の場合に条件を満たす表し方をすべて答えなさい。

（２）横の長さが適切である紙を用意しても，条件を満たす折り方がない表し方を（ア）～（ケ）から選びなさい。

（ア）（１，２，２）　（イ）（１，２，２，３）　（ウ）（１，２，４）　（エ）（１，３，４）
（オ）（１，４，５）　（カ）（２，３，４）　（キ）（２，４，５）　（ク）（３，４，６）
（ケ）（３，５，６）

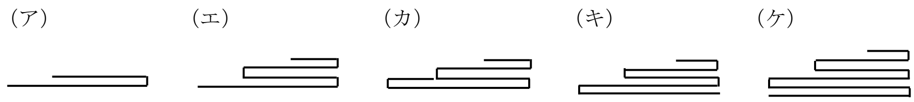
（３）横の長さが９㎝の場合，条件を満たす表し方は全部で何通りありますか。ただし，９＝９，９＝８＋１，…，９＝１＋１＋１＋１＋１＋１＋１＋１＋１のように，９を１つ以上の整数の和の形で表す方法は，全部で３０通りあることを利用してもかまいません。

最難関問題

折り重ねの枚数　（１）（１，６），（２，５），（１，１，５），（３，４），（１，１，１，４），
（１，３，３），（２，２，３），（１，１，１，１，３），（１，２，２，２），（１，１，１，２，２），
（１，１，１，１，１，２）
（２）（イ），（ウ），（オ）（ク）　（３）２２通り

（１）和が７である整数の組を全てあげると，以下の１５通りになります。
（７），（１，６），（２，５），（１，１，５），（３，４），（１，２，４），（１，１，１，４），
（１，３，３），（２，２，３），（１，１，２，３），（１，１，１，１，３），（１，２，２，２），
（１，１，１，２，２），（１，１，１，１，１，２），（１，１，１，１，１，１）
これらから，（７）と（１，１，１，１，１，１，１）を除きます。また，（１，２，４）と（１，１，２，３）になるような折り方はありません。よって，残りの１１通りが答えとなります。

（２）（ア），（エ），（カ），（キ），（ケ）はそれぞれ以下のように折ることができます。



残りについては，折ることができません。（１，２，３）および（１，２，２，３）を折ることができないことから，$\boxed{\text{２，２}}$のように同じ数をいくつかならべても，折れないことに変わりがないことがわかります。また，（１，２，４）を折ることができないことから，（１，２，□）で□が２より大きい場合には，折ることができないことがわかります。（１，３，４），（２，３，４），（２，４，５），（３，５，６）は折れて，（１，４，５）は折れないことから，（奇数，偶数，より大きい数）の場合は折ることができず，（奇数，より大きい奇数，より大きい数），（偶数，奇数，より大きい数），（偶数，より大きい偶数，より大きい数）の場合は折ることができることがわかります。

最難関問題

（３）３０通りのうち，（９），（１，１，１，１，１，１，１，１，１）は条件にあいません。また，和が９以下で（奇数，偶数，より大きい数）となるのは，（１，２，３），（１，２，４），（１，２，５）の３つです。これらを含む表し方は，以下の６通りになります。

（１，２，３）

９－（１＋２＋３）＝３であり，３を和の形に分解すると，３，２＋１，１＋１＋１の３通りがあります。よって，（１，２，３，３），（１，１，２，２，３），（１，１，１，１，２，３）

（１，２，４）

９－（１＋２＋４）＝２であり，２を和の形に分解すると，２，１＋１の２通りがあります。よって，（１，２，２，４），（１，１，１，２，４）

（１，２，５）

９－（１＋２＋５）＝１ですから，（１，１，２，５）

以上より，３０－（２＋６）＝２２（通り）です。