受験算数の基礎

Die Grundlagen der Arithmetik für die Aufnahmeprüfung

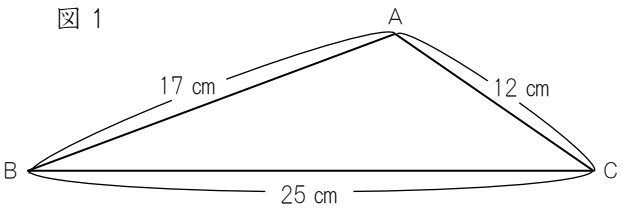
最難関問題

ヘロンの三角形の求積

３辺の長さと面積がすべて整数の値となる三角形を，「ヘロンの三角形」といいます。この問題では，ヘロンの三角形の求積を行います。

図１の三角形ＡＢＣは，ＡＢ＝１７㎝，ＢＣ＝２５㎝，ＣＡ＝１２㎝です。図２は，三角形ＡＢＣに，三角形ＡＢＣの各辺を１辺とする正方形を組みあわせたものです。ア～オ，クは長方形，カとキは正方形で，３点Ａ，Ｄ，Ｅは一直線にならんでいます。

図１

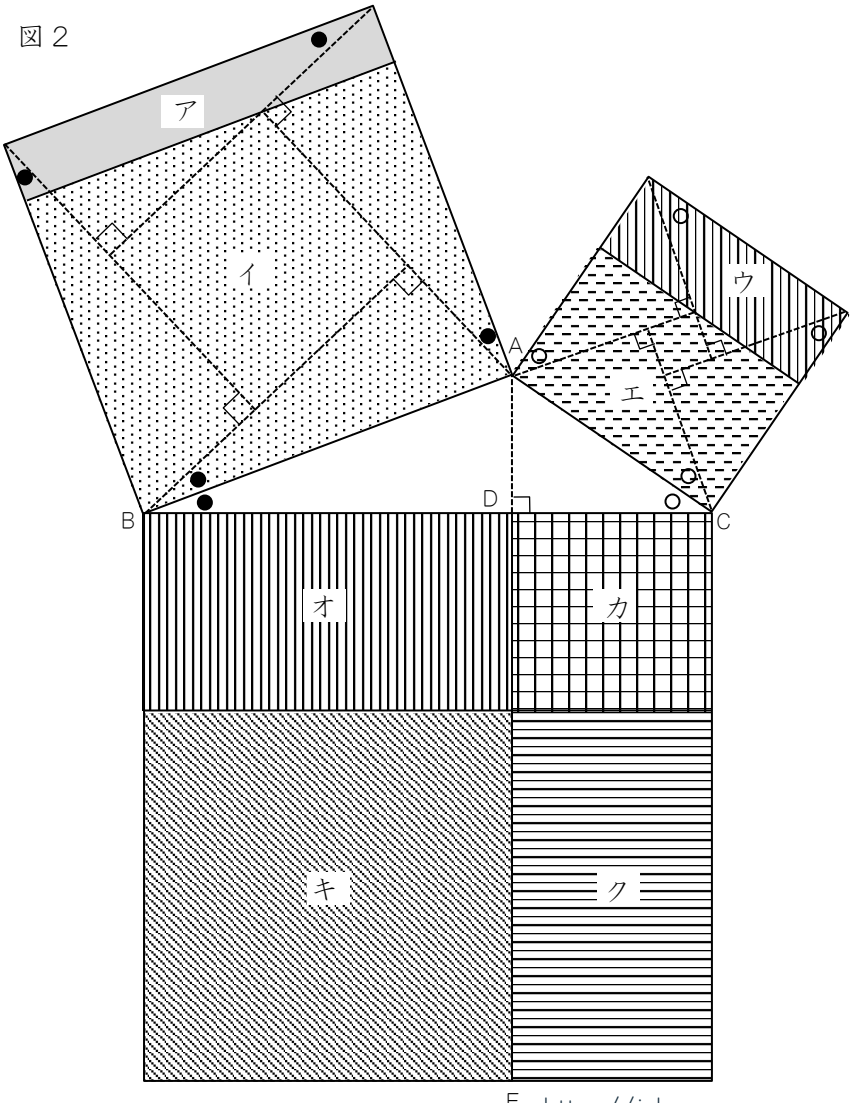


（１）ア～クについて，面積の等しい組を，
ア＝イ＝ウ，カ＝ク，のようにして，
すべて答えなさい。

（２）次の□にあてはまる数を答えなさい。
キ－カ＝□cm^2
オ＋ク＋カ×２＝□cm^2

（３）三角形ＡＢＣの面積を求めなさい。

図２



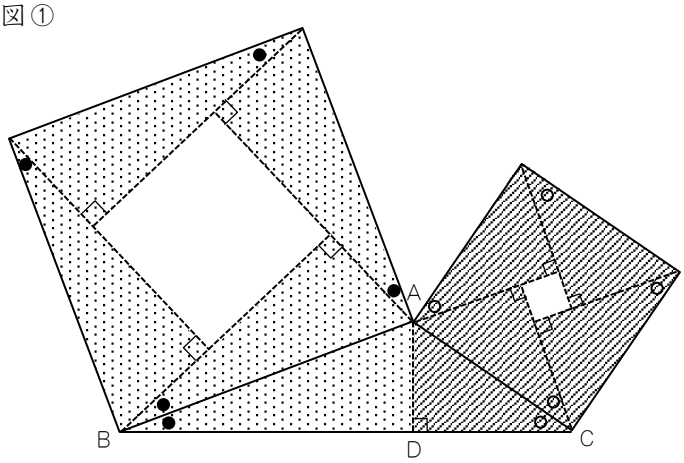
最難関問題

ヘロンの三角形の求積

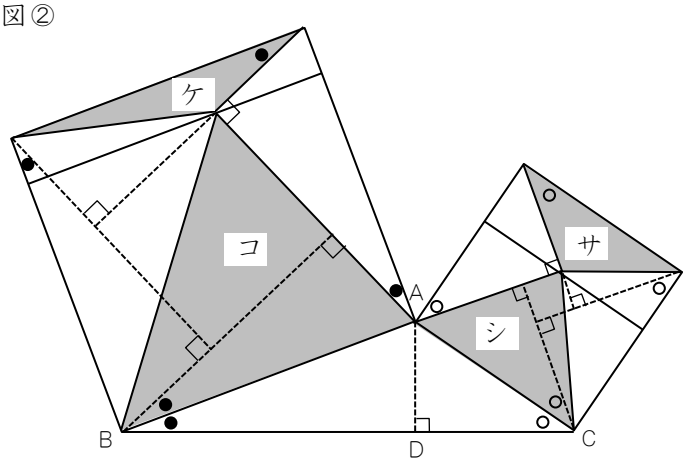
（１）アニウ，イニキ，エニカ，オニク　（２）１４５，４８０　（３）９０㎠

（１）図①の同じ模様をつけた直角三角形は合同です。よって，図②のケとサの三角形の面積は，
ＡＤ×ＡＤ÷２となるので，アの長方形とウの長方形の面積はＡＤ×ＡＤとなり，アニウです。
コの三角形の面積はＢＤ×ＢＤ÷２となるので，イの長方形の面積はＢＤ×ＢＤとなり，イニキです。
シの三角形の面積はＣＤ×ＣＤ÷２となるので，エの長方形の面積はＣＤ×ＣＤとなり，エニカです。
また，オとクの長方形の面積は，ＢＤ×ＣＤとなるので，オニクです。

図①

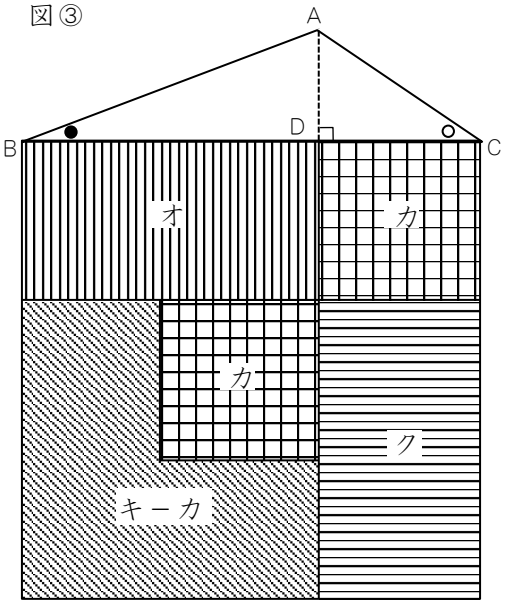


図②



（２）ア＋イ＝１７×１７＝２８９（㎠），
ウ＋エ＝１２×１２＝１４４（㎠）なので，
イ－エ＝２８９－１４４＝１４５（㎠）です。
よって，イニキ，エニカなので，
キ－カ＝１４５（㎠）です。
また，図③より，
オ＋ク＋カ×２＝２５×２５－１４５＝４８０（㎠）です。

図③



最難関問題

（３）オ＋ク＋カ×２＝（オ＋カ）＋（ク＋カ）＝２５×ＣＤ＋２５×ＣＤ＝５０×ＣＤとなるので，
ＣＤ＝４８０÷５０＝9.6（㎝）です。ウ＋エ＝１４４㎠で，
エ＝ＣＤ×ＣＤ＝9.6×9.6＝９２.１６（㎠）なので，
ウ＝ＡＤ×ＡＤ＝１４４－９２.１６＝５１.８４（㎠）です。
ここで，５１.８４×１０×１０＝５１８４を素因数分解すると，
５１８４＝２×２×２×２×２×２×３×３×３×３より，５１８４＝７２×７２とわかるので，
５１.８４＝7.2×7.2となって，ＡＤ＝7.2㎝です。
よって三角形ＡＢＣの面積は，２５×7.2÷２＝９０（㎠）です。