受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

立方数の差

図１は１辺１㎝の立方体を組みあわせた１辺３㎝の立方体です。図２～４のように１辺１㎝の立方体をたてに３つ，横に４つ並べた直方体を３個組み合わせると，図５のようになり，図５に１辺１㎝の立方体を１個加えると，１辺が４㎝の立方体になります。このことから，１辺１㎝の立方体の個数について，
$3\times3\times3+\boxed{}=4\times4\times4$　という式を考えることができます。

図１

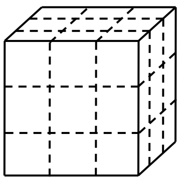



図２

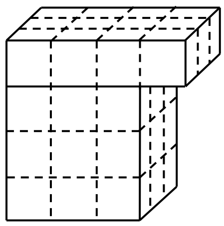



図３

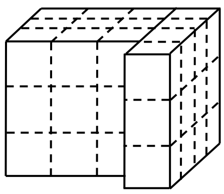



図４

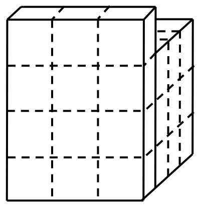
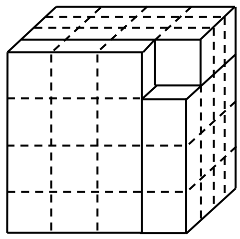



図５


（１）$\boxed{}$にあてはまる，適切な式を答えなさい。

同じ整数を３個かけあわせてできる数を立方数といいます。１，８，２７，６４，…という立方数を小さい順に並べた列について，次の問いに答えなさい。

（２）となりあう立方数の差が３３１でした。となりあう立方数は，何番目と何番目ですか，

（３）差が３３６７である２つの立方数は何番目と何番目ですか。考えられる組みあわせをすべてこたえなさい。

受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

立方数の差

（１）３×４×３＋１（解答例）　（２）１０番目と１１番目

（３）２番目と１５番目，９番目と１６番目，３３番目と３４番目

（１）解説省略

（２）（１）より，□番目と（□＋１）番目の立方数の差は，□×（□＋１）×３＋１です。
□×（□＋１）×３＋１＝３３１より，□×（□＋１）＝１１０なので，□＝１０です。
よって，１０番目と１１番目です。

（３）□番目と（□＋１）番目の立方数の差は，□×（□＋１）×３＋１なので，３の倍数＋１です。よって，□番目と（□＋２）番目の立方数の差は，３の倍数＋１を２個たした数なので，３の倍数＋２です。
同様に，□番目と（□＋３）番目の立方数の差は３の倍数＋３，つまり３の倍数で，
□番目と（□＋４）番目の立方数の差は３の倍数＋４，つまり３の倍数＋１です。

３３６７は３の倍数＋１なので，差が３の倍数となる，□番目と（□＋１）番目，□番目と（□＋４）番目，□番目と（□＋７）番目，□番目と（□＋１０）番目，…の立方数の組みあわせを考えます。

３３６７が□番目と（□＋１）番目の差の場合

□×（□＋１）×３＋１＝３３６７より，□×（□＋１）＝１１２２です。３０×３０＝９００であることから，一の位が２となる３３と３４の積を求めると，３３×３４＝１１２２となります。よって，３３番目と３４番目です。

３３６７が□番目と（□＋４）番目の差の場合

{□×（□＋１）＋（□＋１）×（□＋２）＋（□＋２）×（□＋３）＋（□＋３）×（□＋４)}×３＋４＝3367
となることから，（３３６７－４）÷３＝１１２１なので，となりあう整数の積を４個たして１１２１になる場合を考えます。ところが，となりあう整数の積は，となりあう整数の一方が必ず偶数であることから，偶数となります。偶数を何個たしても１１２１という奇数にはならないので，条件に合う組み合わせはありません。

最難関問題

３３６７が□番目と（□＋７）番目の差の場合

（３３６７－７）÷３＝１１２０なので，となりあう整数の積を７個たして１１２０になる場合を考えます。１１２０÷７＝１６０であることから，７個の積のまんなかの数がだいたい１６０あたりの場合を考えます。１２×１３＝１５６に注目をして，近くを探します。

９×１０＝９０，１０×１１＝１１０，１１×１２＝１３２，１２×１３＝１５６，１３×１４＝１８２，１４×１５＝２１０，１５×１６＝２４０，これらの和が１１２０となるので，９番目と１６番目です。

３３６７が□番目と（□＋１０）番目の差の場合

（３３６７－１０）÷３＝１１１９で，奇数なので，条件に合う組み合わせはありません。

３３６７が□番目と（□＋１３）番目の差の場合

（３３６７－１３）÷３＝１１１８なので，となりあう整数の積を１３個たして１１１８になる場合を考えます。１１１８÷１３＝８６であることから，１３個の積のまんなかの数がだいたい８６あたりの場合を考えます。９×１０＝９０に注目をして，近くを探します。

２×３＝６，３×４＝１２，４×５＝２０，５×６＝３０，６×７＝４２，７×８＝５６，８×９＝７２，９×１０＝９０，１０×１１＝１１０，１１×１２＝１３２，１２×１３＝１５６，１３×１４＝１８２，１４×１５＝２１０，これらの和が１１１８となるので，２番目と１５番目です。

２番目の立方数は２×２×２＝８で，１５番目は８＋３３６７＝３３７５です。これよりも離れた立方数の差が３３６７となるためには，小さいほうの立方数が１で，大きいほうが１＋３３６７＝３３６８ですが，明らかに３３７５の１つ前の立方数は３３６８より小さいので，これ以上条件を満たす組み合わせはありません。

以上より，２番目と１５番目，９番目と１６番目，３３番目と３４番目です。