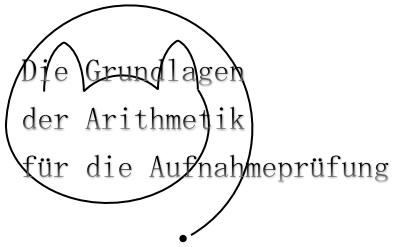


受験算数の基礎



最難関問題

ある数が現れる和の数列

次の規則にしたがって数列を作ります。

- ① ある整数を 1 番目の整数とする。
- ② 直前の数と同じ数を並べる
- ③ 直前の 2 つの数の和を並べる
- ④ 以降は、 ②③③②③③…と操作を繰り返す。

たとえば 1 番目の整数を 1 とした場合には、 次のようになります。

1 , 1 , 2 , 3 , 3 , 6 , 9 , …

以下の問いに答えなさい。

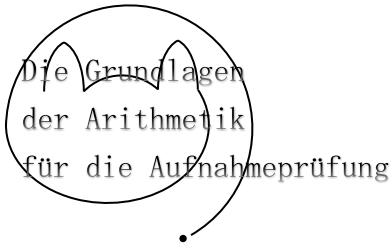
(1) 1 番目の整数が 1 のときの、 10 番目の数と 20 番目の数を答えなさい。

(2) 1 番目の整数が 4 のとき、 972 は何番目の数になりますか。

(3) 整数 30 は、 数列の何番目に現れる可能性がありますか。すべて答えなさい。

(4) 数列中に現れる順番が 12 通り考えられる整数はいくつもあります。その中で、 1200 に最も近いもの、 2 番目に近いもの、 3 番目に近いものを答えなさい。

受験算数の基礎



最難関問題

ある数が現れる和の数列

- (1) 27, 729 (2) 16番目, 17番目
(3) 1番目, 2番目, 3番目, 4番目, 5番目, 6番目 (4) 1188, 1215, 1242

(1) 1, 1, 2, 3, 3, 6, 9, 9, 18, 27, 27, 54, …となるので、10番目は27です。

数列を $\boxed{1, 1, 2}$, $\boxed{3, 3, 6}$, $\boxed{9, 9, 18}$, $\boxed{27, 27, 54}$, …と区切ると、各周期は、
 $\boxed{3 \times \dots \times 3}$, $\boxed{3 \times \dots \times 3}$, $\boxed{2 \times 3 \times \dots \times 3}$ となっています。20番目の数は、 $20 \div 3 = 6$ 余り2より、7つ目の周期のうちの2番目の数です。よって、 $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 729$ です。

- (2) 最初の数が□のとき、数列は

$\boxed{\square, \square, 2 \times \square}, \boxed{3 \times \square, 3 \times \square, 6 \times \square} \dots \boxed{3 \times \dots \times 3 \times \square}, \boxed{3 \times \dots \times 3 \times \square, 2 \times 3 \times \dots \times 3 \times \square}$

となります。□=4のとき、 $972 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 4$ となるので、6番目の周期中の1, 2番目、つまり、16番目, 17番目です。

- (3) 最初の数を△とします。

$30 = \triangle$ の場合、1, 2番目です。

$30 = 2 \times \triangle$ の場合、 $\triangle = 15$ で、30は3番目です。

$30 = 3 \times \triangle$ の場合、 $\triangle = 10$ で、30は4, 5番目です。

$30 = 2 \times 3 \times \triangle$ の場合、 $\triangle = 5$ で、30は6番目です。

△が整数になるのは以上の場合なので、1番目, 2番目, 3番目, 4番目, 5番目, 6番目です。

- (4) 現れる順番が12通り考えられる整数として、偶数の場合と奇数の場合を考えることができます。

偶数

積の形に分解をすると $2 \times 3 \times 3 \times 3 \times \boxed{\quad}$, となり、 $\boxed{\quad}$ には3の倍数以外の数、具体的には、1, 2, 4, 5, 7, 8, …, が入ります。

1200の近くでは、 $54 \times 22 = 1188$, $54 \times 23 = 1242$ などがあります。

奇数

積の形に分解をすると $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times \boxed{\quad}$, となり、 $\boxed{\quad}$ には2および3の倍数以外の数、具体的には、1, 5, 7, 11, …, が入ります。

1200の近くでは、 $243 \times 5 = 1215$ があります。

以上より、1188, 1215, 1242です。