受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

階差数列と剰余

数列２，４，１１，２３，４０，６２，８９，１２１，…において，２０２４で割り切れる最小の数は，左から何番目に並んでいますか。

受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

階差数列と剰余　５８番目

問題の本筋とは関係ありませんが，２×４×１１×２３＝２０２４です。

数列２，４，１１，２３，４０，６２，８９，１２１，…は，となりあう数の差が２，７，１２，１７，２２，２７，３２，…という等差数列である，階差数列です。２０２４＝２×２×２×１１×２３であることから，この数列の中で８，１１，２３で割り切れる数を探します。

この数列の数を８で割った余りは，

１番目…２，２番目…４，

３番目…４＋７＝１１，１１÷８＝１余り３，

４番目…７の次の差の１２について，１２÷８＝１余り４なので，３＋４＝７，

５番目…４の次の差は，（４＋５）÷８＝１余り１なので，７＋１＝０，

６番目…１の次の差は，（１＋５）÷８＝０余り６なので，０＋６＝６，

７番目…６の次の差は，（６＋５）÷８＝１余り３なので，（６＋３）÷８＝１余り１，

というように調べていくと，２，４，３，７，０，６，１，１，６，０，７，３，４，２，５，５の１６個の数のくり返しになり，余りが０になるのは（１６の倍数＋５，１０）番目です。

１１で割った余りは，２，４，０，１，７，７，１，０，４，２，５の１１個の数のくり返しになり，余りが０になるのは（１１の倍数＋３，８）番目です。

２３で割った余りは，２，４，１１，０，１７，１６，２０，６，２０，１６，１７，０，１１，４，２，５，１３，３，２１，２１，３，１３，５の２３個の数のくり返しになり，余りが０になるのは（２３の倍数＋４，１２）番目です。

（２３の倍数＋４，１２）は，４，１２，２７，３５，５０，５８，７３，８１，…ですが，５８は（１６の倍数＋１０）であり，（１１の倍数＋３）なので，５８番目です。