

2020の問題・2020<sup>まほうじん</sup>魔方陣

図1のようにたて横4マスの方眼に、'2'と'0'を8個ずつ書きます。ただし、一番左上のマスには必ず2を書くようにします。図1で点線をつけたたて横斜めの列に並ぶ数の合計がすべて等しい場合、方眼は2020<sup>なな</sup>魔方陣になっていると言います。図1の場合、合計が0, 4, 8の列があるので、2020<sup>かなら</sup>魔方陣ではありません。また、図2のように2が書いてあるマスに色をつけてできる模様<sup>もよう</sup>が線対称<sup>せんたいしょう</sup>や点対称<sup>てんたいしょう</sup>になっているとき、2020<sup>なな</sup>魔方陣は線対称・点対称になっていると言います。図2の模様は点線を軸にして線対称であり、点対称にもなっています。

図1

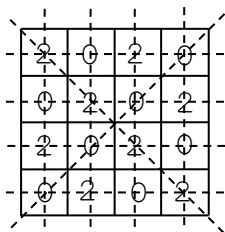
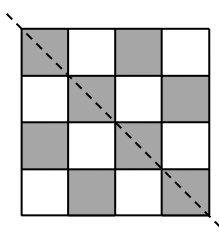


図2



(1) 点対称な2020<sup>なな</sup>魔方陣は、何通りありますか。

(2) 線対称な2020<sup>なな</sup>魔方陣は、何通りありますか。

2020の問題・2020魔方陣 (1) 4通り (2) 6通り

(1) たて横4マスの方眼が魔方陣になるためには、たて横斜めの一行にそれぞれ2と0が2個ずつ並ぶ必要があります。点対称であるということと、斜めの一行に2と0が2個ずつ並ぶということから、図①か図②が考えられます。図①の場合、図③のようになってうまくいきません。

図①

2			2
	0	0	
	0	0	
2			2

図②

2	⑦		0
	0	2	
	2	0	
0			2

図③

2	0	0	2
2	0	0	2
2	0	0	2
2	0	0	2

図②の⑦に2を置いた場合、図④が決まり、図⑤、⑥のようになります。

図④

2	2	0	0
	0	2	
	2	0	
0	0	2	2

図⑤

2	2	0	0
2	0	2	0
0	2	0	2
0	0	2	2

図⑥

2	2	0	0
0	0	2	2
2	2	0	0
0	0	2	2

また、図②の⑦に0を置いた場合、図⑧が決まり、図⑨、⑩のようになります。

図⑧

2	0	2	0
	0	2	
	2	0	
0	2	0	2

図⑨

2	0	2	0
2	0	2	0
0	2	0	2
0	2	0	2

図⑩

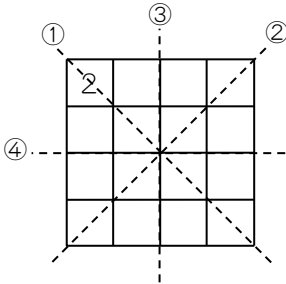
2	0	2	0
0	0	2	2
2	2	0	0
0	2	0	2

よって、4通りです。

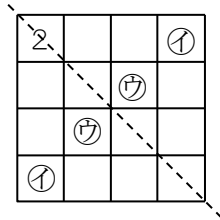
(2) 線対称の場合、対称の軸は図⑪の点線①～④が考えられます。

点線①が対称の軸の場合、図⑫の㊶か㊷に2が入ります。㊶に2を書いた場合、図⑬のようになります。影をつけた部分には2を置くことができません、他の部分に2をかいてもうまくいきません。

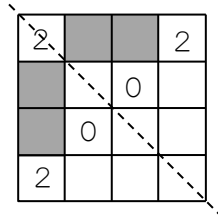
図⑪



図⑫

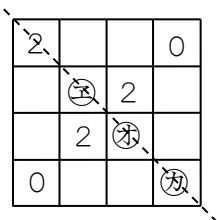


図⑬

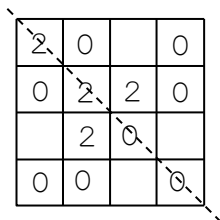


㊷に2を書いた場合、図⑭のようになります。㊸, ㊹に2を書いた場合、それぞれ図⑮, ⑯のようになります、うまくいきません。

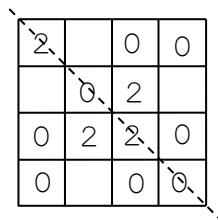
図⑭



図⑮

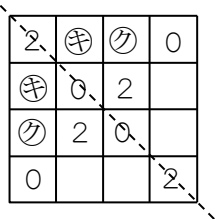


図⑯

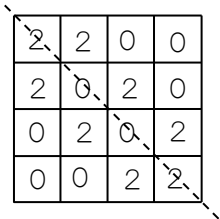


㊶に2を書いた場合、図⑰のようになります。㊸に2をかくと図⑱, ㊷に2をかくと図⑲のようになります、どちらも線対称な魔方陣になります。どちらも、(1)で求めた点対称な魔方陣です。また、点線②を対称の軸とする線対称にもなっています。

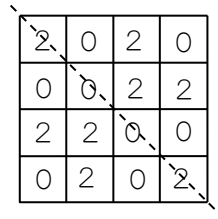
図⑰



図⑱



図⑲



点線②が対称の軸の場合、図⑳のようになり、図⑱、㉑が線対称な魔方陣となります。

図⑳

2			
	0		
		0	
			2

点線③が対称の軸の場合、図㉑の㉒か㉓に2が入ります。㉒に2をかくと図㉒、㉓に2をかくと図㉔のようになり、どちらも線対称な魔方陣となります。

図㉑

2	0	0	2
㉒	㉓	㉓	㉒

図㉒

2	0	0	2
2	0	0	2
0	2	2	0
0	2	2	0

図㉓

2	0	0	2
0	2	2	0
2	0	0	2
0	2	2	0

図㉔

2			2

図㉒、㉓は図㉔のように左上と右上のマスの2と書いてあるので、左に90度回転させると、点線④を対称の軸とする線対称になりますから、点線④を対称の軸とする線対称な魔方陣も2通りあります。以上より、 $2 \times 3 = 6$ （通り）です。