受験算数の基礎

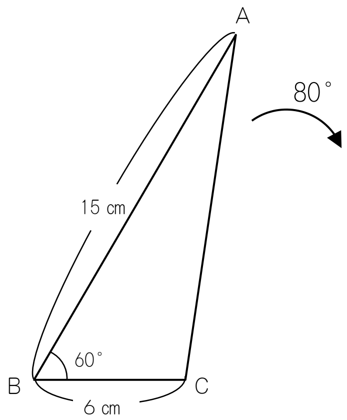
Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

正三角形シリーズ１１

下の図の三角形ＡＢＣを，頂点Ｃを中心に矢印の向きに８０度回転させます。１辺の長さが１cmの正三角形の面積を△cm^{2}とすると，三角形ＡＢＣが通過する部分の面積は（$\boxed{\text{ア}}$＋$\boxed{\text{イ}}$×△）cm^{2}です。

$\boxed{\text{ア}}$と$\boxed{\text{イ}}$にあてはまる数を答えなさい。ただし，円周率は３.１４とします。



受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

正三角形シリーズ１１　$\boxed{\text{ア}}$…１３８.１６，$\boxed{\text{イ}}$…５４

いったん，６０度回転させた場合を考えます。図①のように，６０度回転させることでＡはＡ’，ＢはＢ’に移り，これら４つの点は，１辺の長さが６＋１５＝２１（㎝）の辺に重なります。三角形ＡＢＣが通過した部分は，図①の影をつけた部分，斜線部分，あみ目で示した部分をあわせたものになります。

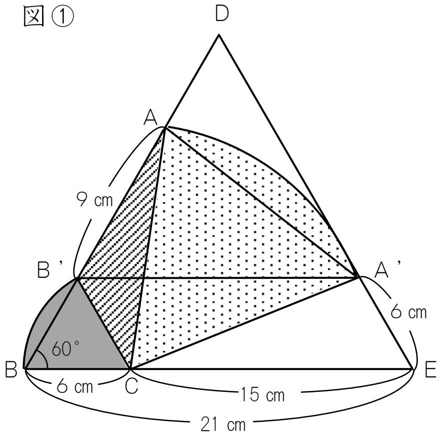
影をつけた部分の面積は，６×６×3.１４×$\frac{60}{360}$＝６×3.１４（㎝^{2}）です。

あみ目で示した部分の面積を求めるために，正三角形ＣＡＡ’の面積を考えると，
２１×２１×△－１５×６×△×３＝１７１×△（㎝^{2}）となります。よって，あみ目で示したおうぎ形の面積は，１７１×3.１４×$\frac{60}{360}$（㎝^{2}）です。

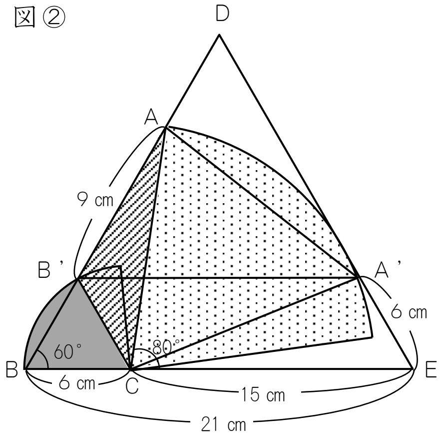
斜線部分の面積は，９×６×△＝５４×△（㎝^{2}）です。

続いて，問題となっている８０度回転させた場合を考えます。図②のように，影をつけた部分と斜線部分は図①のままで，あみ目で示したおうぎ形のみ中心角が８０度になりますから，その面積は，
１７１×3.１４×$\frac{80}{360}$＝３８×3.１４（㎝^{2}）です。

図①



図②



以上より，三角形ＡＢＣが通過する部分の面積は，
（６＋３８）×3.１４＋５４×△＝１３８.１６＋５４×△（㎝^{2}）となるので，
$\boxed{\text{ア}}$…１３８.１６，$\boxed{\text{イ}}$…５４です。