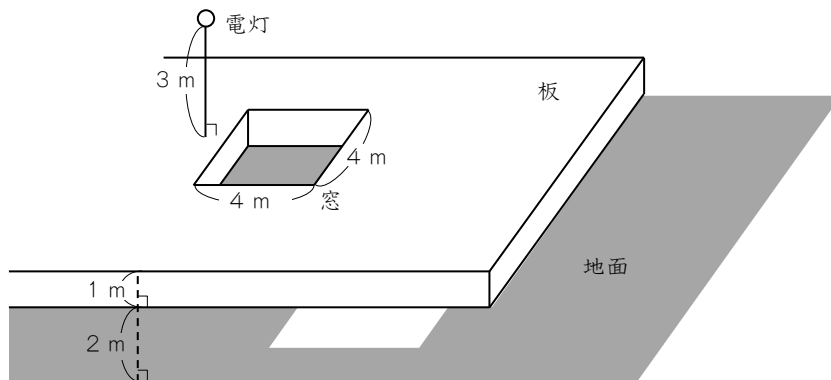


最難関問題

厚みのある窓・1

下の図のように、地面から2 mの高さに、地面と水平に厚さ1 mの大きい板があります。板には1辺の長さが4 mの正方形の形をした窓がまっすぐあいています。また、板の上には高さ3 mの電灯がまっすぐ立っています。電灯の光は窓を通して地面を照らします。



- (1) 図1の位置に電灯が立っているとき、地面にできる窓を通った光に照らされる部分の面積を求めなさい。
- (2) 図2の位置に電灯が立っているとき、地面にできる窓を通った光に照らされる部分の面積を求めなさい。
- (3) 地面にできる窓を通った光に照らされる部分が、たて5 m、横4 mの長方形になりました。このとき、照らされる部分に対する窓と電灯の位置の組み合わせとして考えられるものはいくつかあります。真上から見たときの位置の1つを、図3にならって図4にかきなさい。

図1

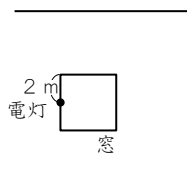


図2

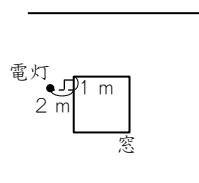


図3

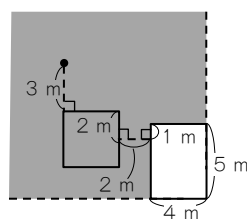
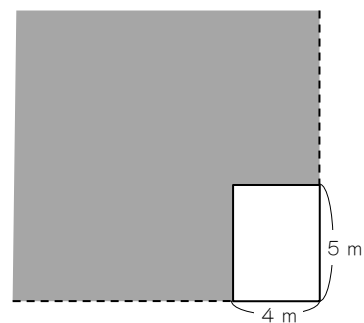


図4

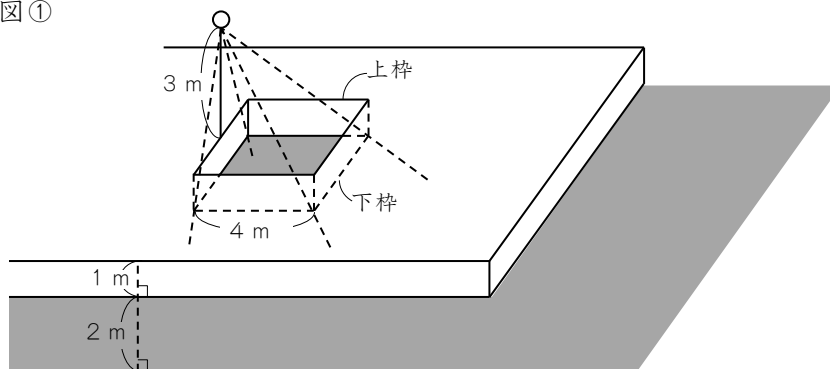


最難関問題

厚みのある窓・1 (1) 36 m^2 (2) 30 m^2 (3) 解説の図⑧参照

(1) 図①のように、窓の上の部分の枠を上枠、下の部分の枠を下枠と呼ぶことにします。電灯が窓の上枠に立っているとき、電灯の光は途中でじゃまされことなく下枠の4つのすみをちょうど通っていきます。

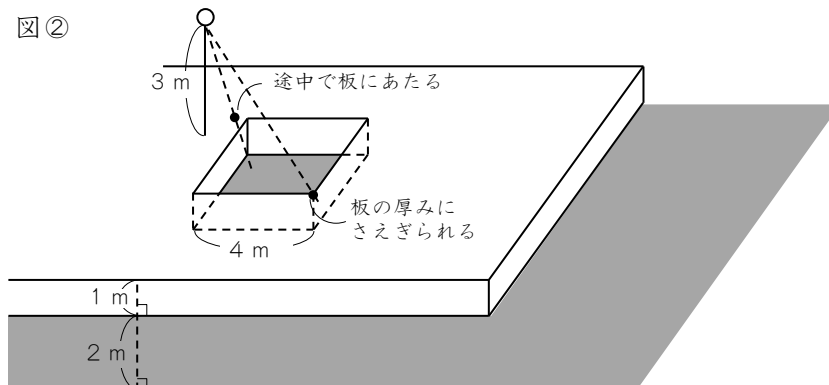
図①



電灯の地面からの高さとは下枠の高さの比は、 $6 : 2 = 3 : 1$ なので、地面にできる窓を通った光に照らされる部分は、1辺の長さが $4 \times \frac{3}{3-1} = 6 \text{ (m)}$ の正方形になります。よって、その面積は、 $6 \times 6 = 36 \text{ (m}^2\text{)}$ です。

(2) 電灯が窓の上枠から離れたところに立つと、図②のように、上枠を通る光の一部は板の厚みにさえぎられて地面に届かず、また、一部の光は途中で板にあたって下枠のすみを通りません。

図②

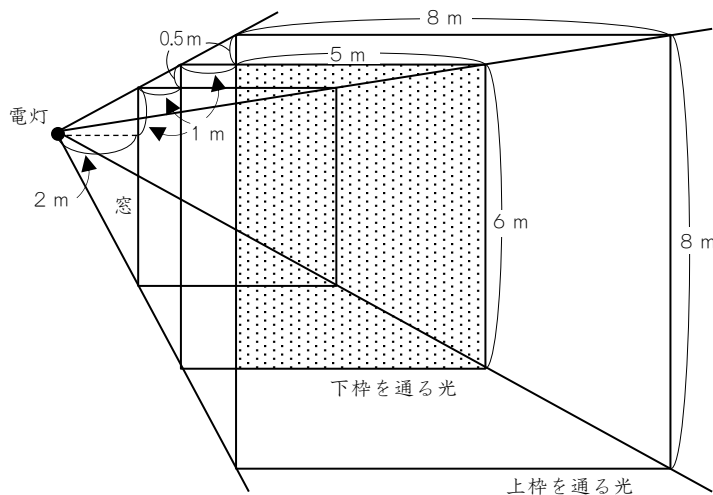


よって、いったん板の厚みは考えずに、上枠を通る光と下枠を通る光が地面を照らす部分を別々に考え、それから2つの部分を重ね合わせます。

最難関問題

地面からの（電灯の高さ）：（上枠の高さ）：（下枠の高さ）＝6：3：2です。上枠を通った光に照らされる部分は1辺の長さが $4 \times \frac{6}{6-3} = 8$ （m）の正方形、下枠を通った光に照らされる部分は（1）同様に1辺の長さが6 mの正方形で、真上から見たときの電灯・窓・上枠を通った光に照らされる部分・下枠を通る光に照らされる部分は図③のように重なりあいます。

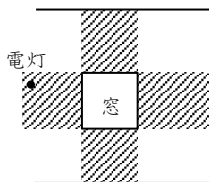
図③



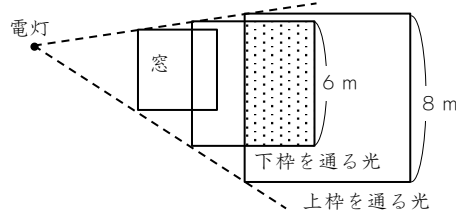
上枠と下枠を通る光に照らされる部分が重なるのは、図③のあみ目の部分ですから、 $5 \times 6 = 30$ （ m^2 ）です。

（3）まず、図④の斜線部分のどこかに電灯がある場合、（2）と同様にして、図⑤のようになって光に照らされる部分の長方形の一方の辺の長さは必ず6 mになります。よって、図⑥のように電灯がそれ以外の場所にあって、1辺6 mと8 mの正方形がずれて重なる場合を考えます。

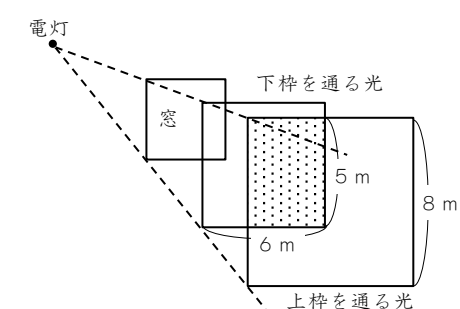
図④



図⑤



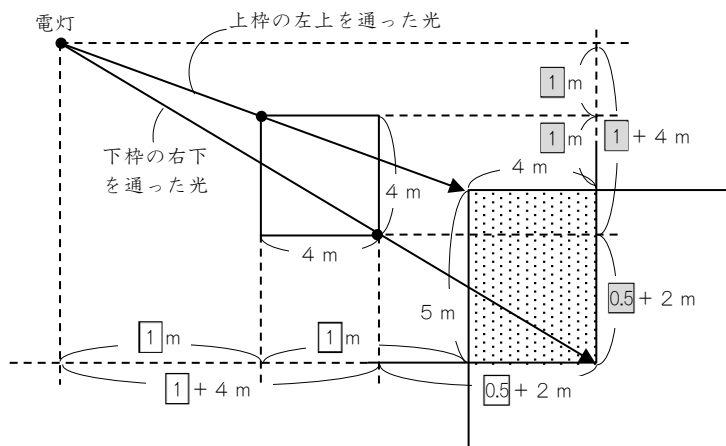
図⑥



最難関問題

問題文の図4の向きから、電灯が窓の左上に位置する場合を考えて、図⑦をかきます。電灯が窓の左上にある場合、窓の上枠の左上を通った光と、下枠の右下を通った光は地面まで届き、地面の照らされる部分の長方形の頂点になります。(電灯の高さ):(上枠の高さ) = 2:1であることから、上枠の左上を通った光において、(電灯から上枠までの距離):(上枠から地面までの距離) = 1:1です。また、(電灯の高さ):(下枠の高さ) = 3:1であることから、下枠の右下を通った光において、(電灯から下枠までの距離):(下枠から地面までの距離) = 2:1です。

図⑦



よって、真上から見た長さについて図⑦のような関係が成り立ちます。

$$\begin{aligned} \boxed{1} \times 2 + 4 &= \boxed{1} + 4 + \boxed{0.5} + 2 \text{ より, } \boxed{2} + 4 = \boxed{1.5} + 6 \text{ となって, } \boxed{0.5} = 2, \boxed{1} = 4 \text{ です。} \\ \boxed{1} \times 2 + 5 &= \boxed{1} + 4 + \boxed{0.5} + 2 \text{ より, } \boxed{2} + 5 = \boxed{1.5} + 6 \text{ となって, } \boxed{0.5} = 1, \boxed{1} = 2 \text{ です。} \end{aligned}$$

これらの長さをあてはめて図を書き直すと、図⑧が答えとなります。

図⑧

