

最難関問題

6つの三角形の模様

図1のように正三角形を6つ合わせた図形のそれぞれの三角形に色をぬります。^{とな}隣り合う部分を同じ色でぬってもかまいません。また、図2と図3は回転させると重なるので、同じぬり方とします。

図1

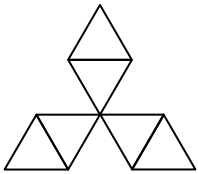


図2

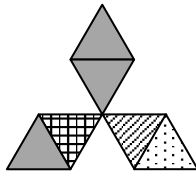
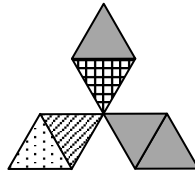


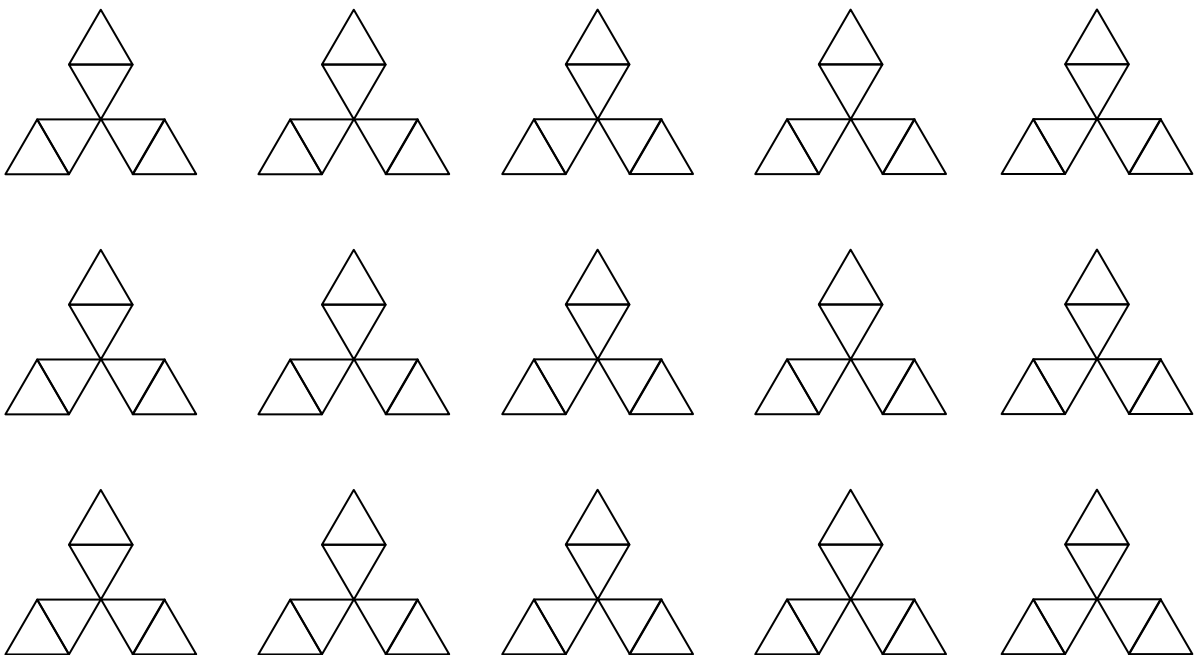
図3



(1) 赤と青の2色でぬる方法は何通りありますか。

(問題は次のページに続きます)

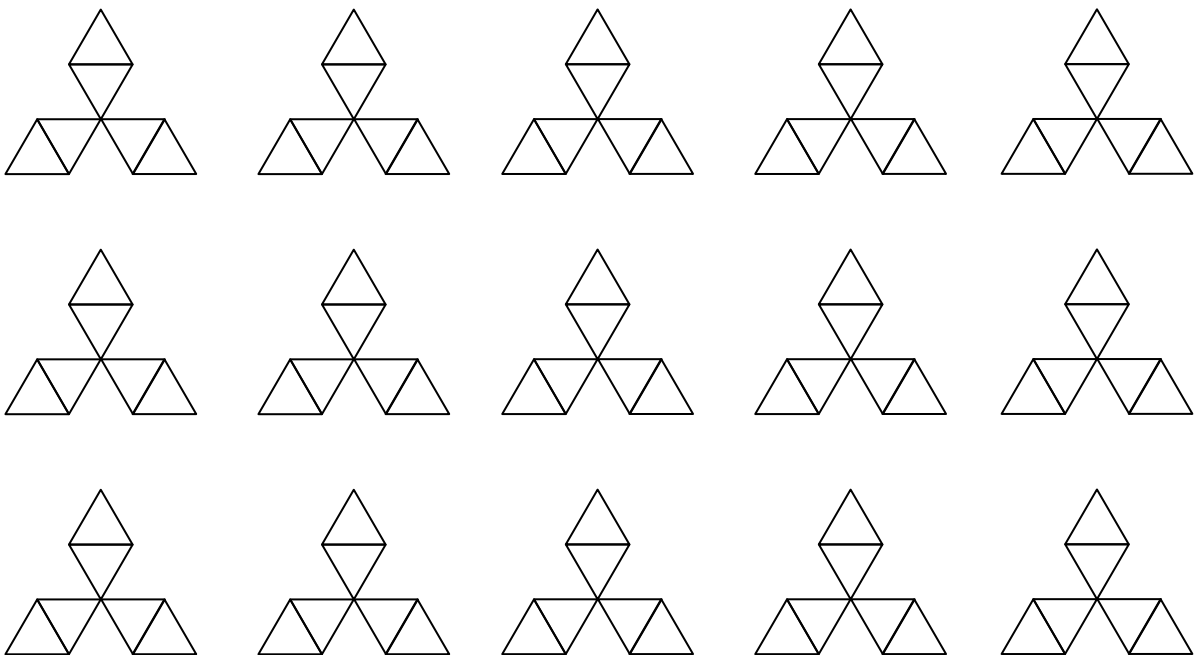
【練習用】



最難関問題

(2) 赤, 青, 黄の3色でぬる方法は何通りありますか。

【練習用】



最難関問題

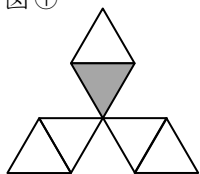
6つの三角形の模様 (1) 22通り (2) 180通り

(1)

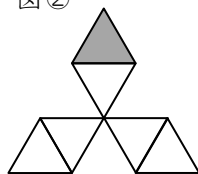
1・5 (1か所と5か所) の場合

1か所ぬるところに色を付けると、図①、②のぬり方になります。赤と青の入れかえでそれぞれ2通りなので、 $2 \times 2 = 4$ (通り) です。

図①



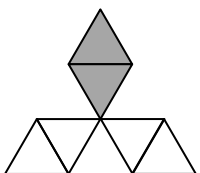
図②



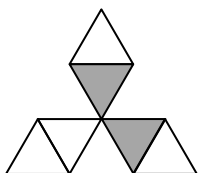
2・4の場合

2か所ぬるところに色を付けると、図③～⑦のぬり方になります。赤と青の入れかえでそれぞれ2通りなので、 $2 \times 5 = 10$ (通り) です。

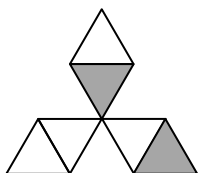
図③



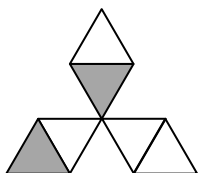
図④



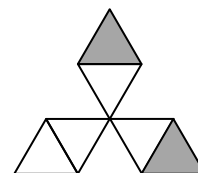
図⑤



図⑥



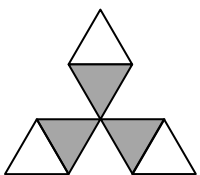
図⑦



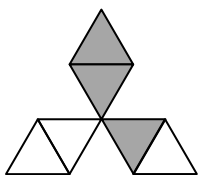
3・3の場合

内側の3つの三角形のうち2か所以上をぬる方に色を付けると、図⑧～⑪のぬり方になります。赤と青の入れかえでそれぞれ2通りなので、 $2 \times 4 = 8$ (通り) です。

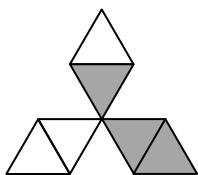
図⑧



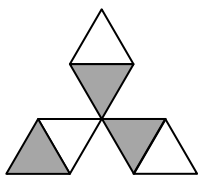
図⑨



図⑩



図⑪



よって、 $4 + 10 + 8 = 22$ (通り) です。

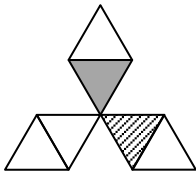
最難関問題

(2)

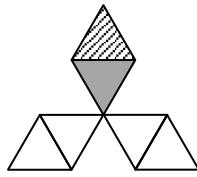
1・1・4の場合

1か所ぬるところに色を付けると、図⑫～⑯のぬり方になります。赤、青、黄の入れかえでそれぞれ $3 \times 2 \times 1 = 6$ (通り) なので、 $6 \times 5 = 30$ (通り) です。

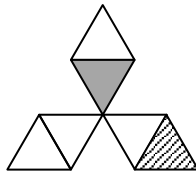
図⑫



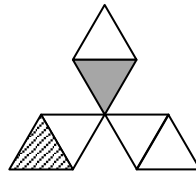
図⑬



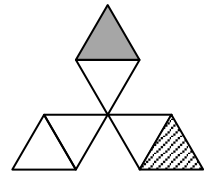
図⑭



図⑮



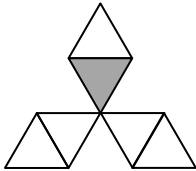
図⑯



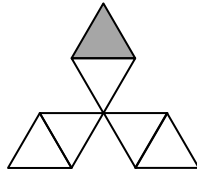
1・2・3の場合

1か所ぬるところに色を付けると、図⑰、⑱のぬり方になります。残りの5か所から2か所を選んで、 $\frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$ (通り)、赤、青、黄の入れかえでそれぞれ $3 \times 2 \times 1 = 6$ (通り) なので、 $6 \times 10 \times 2 = 120$ (通り) です。

図⑰



図⑱

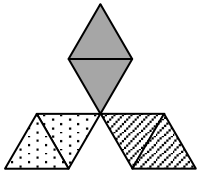


最難関問題

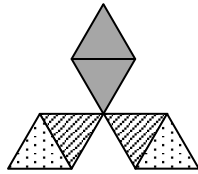
2・2・2の場合

同じ色でぬるところがつながっているのは、図⑱～㉑のぬり方になります。図⑱は回転させると色の配置が重なるので2通り、図㉒は $3 \times 2 \times 1 = 6$ （通り）、図㉓も6通りです。

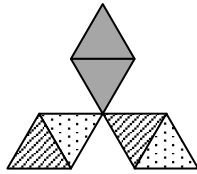
図⑱



図㉒

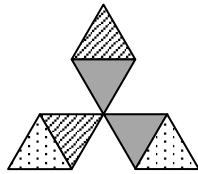


図㉓

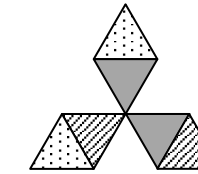


同じ色でつながっていないのは、図㉔～㉕のぬり方になります。図㉔と㉕はどちらも6通り、図㉖と㉗はそれぞれ回転させると色の配置が重なるので、どちらも2通りです。

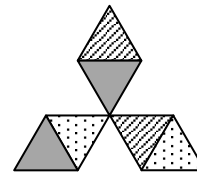
図㉔



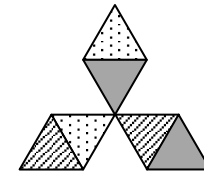
図㉕



図㉖



図㉗



よって、 $2 + 6 \times 4 + 2 \times 2 = 30$ （通り）です。

以上より、 $30 + 120 + 30 = 180$ （通り）です。